

Механика сплошных сред

Составитель асс. каф БНГС СамГТУ, магистр Никитин В.И.

Практическое занятие 1. АНАЛИЗ РАЗМЕРНОСТЕЙ

Пример 1

При медленном стационарном движении сферы в вязкой жидкости величина сопротивления F зависит от вязкости μ жидкости, скорости v и радиуса r сферы. Т.е. известно что

$$F = f(\mu, v, r).$$

Необходимо установить зависимость между переменными.

Проанализируем размерности: $n = 4$,

$$[F] = [MLT^{-2}], \quad [r] = [L], \quad [v] = [LT^{-1}], \quad [\mu] = [ML^{-1}T^{-1}]$$

Независимых величин $m = 3$, следовательно можно составить 1 безразмерную комбинацию:

Выберем в качестве величин с независимыми переменными, μ, v, r , тогда безразмерная комбинация всех переменных будет следующая:

$$\frac{F}{\mu v r} = const,$$

а следовательно, $F = const \cdot \mu v r$. Экспериментальным путём доказано, что константа $const = 6\pi$, что подтверждается гидродинамическим решением данной задачи.

Пример 2. В данном примере рассмотрим алгоритм нахождения формулы размерностей при помощи решения системы уравнений относительно степенных показателей.

Определим скорость v с которой упадет на землю свободно падающее с высоты h тело массы m . Так как искомая величина может зависеть от ускорения свободного падения g , высоты h и массы m , то выражение для v можно искать в виде:

$$v = Ch^\alpha g^\beta m^\gamma,$$

где C — некоторая безразмерная постоянная, α, β, γ показатели подлежащие определению. Приравниваем размерности левой и правой частей:

$$LT^{-1} = L^{\alpha} (LT^{-2})^{\beta} M^{\gamma}$$

Показатели степеней L, M и T в левой и правой частях должны быть равны, поэтому для определения α, β, γ можно составить систему линейных алгебраических уравнений:

$$L: 1 = \alpha + \beta$$

$$T: -1 = -2\beta$$

$$M: 0 = \gamma$$

Отсюда, $\alpha = 1/2, \beta = 1/2, \gamma = 0$, следовательно:

$$v = C\sqrt{hg},$$

Истинное значение скорости $v = C\sqrt{hg}$, т. е. анализ размерностей дал возможность определить характер зависимости v от h, g, m , с точностью до числового множителя C .

Задание 1.

Сгруппируйте в безразмерную комбинацию параметры течения жидкости по трубе: ρ — плотность, d — диаметр, v — скорость, μ — динамическая вязкость.

Вопрос — что вы знаете о полученном результате из курса гидравлики?

Задание 2.

Сгруппируйте в безразмерную комбинацию параметры течения жидкости по трубе: ρ — плотность, d — диаметр, ω — скорость, ν — кинематическая вязкость.

Вопрос — что вы знаете о полученном результате из курса гидравлики?

Задание 3.

Правильной единицей для измерения динамической вязкости является

$$A) \text{ кг/(с} \cdot \text{м)}$$

- B) $кг \cdot м / с$
- C) $кг \cdot с / м$
- D) $кг \cdot м / с^2$

Задание 4.

Если сила, длина и время принять основными размерностями, то какой размерности будет масса?

Задание 5.

При использовании системы (Сила-длина-время) размерностью динамической вязкости будет

Задание 6.

При использовании системы $F-L-T$ (Сила-длина-время) размерностью плотности будет

Задание 7.

Сгруппируйте угловую скорость ω , вязкость μ , диаметр d и плотность ρ в безразмерный параметр по π -теореме.

Задание 8.

Используя π -теорему. Сгруппируйте A – мощность, диаметр d скорость v и перепад давлений Δp в один безразмерный параметр

Задание 9.

Сгруппируйте в безразмерный параметр скорость v, l и угловую скорость ω .

Задание 10.

Какое выражение определяет скорость истечения v потока жидкости из отверстия в боковой стенке резервуара с другими параметрами задачи?

Параметрами являются плотность жидкости ρ , расстояние H от поверхности, и сила тяжести g . $C = \text{const}$

Задание 11.

Выразить размерность напряжений через основные размерности $M-L-T$ (масса-длина-время):

Задание 12.

Используя π -теорему. Сгруппируйте плотность ρ , скорость v и перепад давлений Δp в один безразмерный параметр

Задание 13.

Используя π -теорему. Сгруппируйте длину l , скорость v и ускорение свободного падения g в один безразмерный параметр

Задание 14.

Используя π -теорему. Сгруппируйте длину l , скорость v , плотность ρ и силу поверхностного натяжения σ в один безразмерный параметр

Задание 15.

Используя π -теорему. Сгруппируйте диаметр d , скорость v , плотность ρ и перепад давлений Δp в один безразмерный параметр.

Задание 16.

Выразите кинетическую энергию $mv^2/2$ в системе $F-L-T$ (Сила-длина-время)

Задание 17.

Выразите удельный вес γ в системе $F-L-T$ (Сила-длина-время)

Задание 18.

В системе $F-L-T$ (сила-длина-время) размерностью массового расхода будет:

Производные размерности и единицы

Наименование	Размерность	Единицы СИ
Площадь, S	L^2	m^2
Объём, V	L^3	m^3 или литр, л
Скорость v	L/T	m/c
Ускорение a	L/T^2	m/c^2
Угловая скорость, ω	T^{-1}	c^{-1}
Сила, F	ML/T^2	$кг \cdot м / c^2$ или Н
Плотность, ρ	M / L^3	$кг / м^3$
Удельный вес, γ	$M / L^2 T^2$	$H / м^3$
Частота, f	T^{-1}	c^{-1}
Давление, p	M / LT^2	$H / м^2$ или Па
Напряжение, τ	M / LT^2	$H / м^2$ или Па
Поверхностное натяжение, σ	M / T^2	$H / м$
Работа, W	ML^2 / T^2	$H \cdot м$ или Дж
Энергия, E	ML^2 / T^2	$H \cdot м$ или Дж
Скорость нагрева, \dot{Q}	ML^2 / T^3	$Дж / c$
Крутящий момент, T	ML^2 / T^2	$H \cdot м$
Мощность, \dot{W}	ML^2 / T^3	$Дж / c$ или Вт
Массовый расход, \dot{m}	M / T	$кг / c$
Объёмный расход, Q	L^3 / T	$м^3 / c$
Удельная теплоёмкость, c	$L^2 / T^2 \Theta$	$Дж / (кг \cdot K)$
Динамическая вязкость, μ	M / LT	$H \cdot c / м^2$
Кинематическая вязкость, ν	L^2 / T	$м^2 / c$