МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Бурение нефтяных и газовых скважин»

Д.Н. Цивинский

ВЫБОРОЧНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ С ДВУМЯ ПАРАМЕТРАМИ

Задания для самостоятельной работы студентов

Самара 2015

Составитель: Д.Н. Цивинский
УДК 622.24 {519.22:681.3(076.5)}

Выборочное оценивание линейной регрессии с двумя параметрами: задания для самостоятельной работы студентов /Сам. гос. техн. ун-т; Сост. *Д.Н. Цивинский.* Самара, 2015, 18 с.

Определены: парная линейная функциональная зависимость со свободным членом, задача восстановления зависимости, произведена постановка задачи, порядок расчёта контрольной работы, вопросы для контроля знаний, библиографический список и 100 вариантов заданий для обработки данных методом наименьших квадратов.

Предназначены для самостоятельной работы студентов, обучающихся по направлению 131000, 131000-3 "Нефтегазовое дело", специальности 131504 очной, очно-заочной и заочной форм обучения.

© Д.Н. Цивинский, 2015.

© Самарский государственный технический университет, 2015.

Печатается по решению редакционно-издательского совета СамГТУ.

В практике экспериментальных исследований приходится определять два неизвестных параметра линейной парной функциональной зависимости вида $y=b_0+b_1x$, где b_0 - отрезок отсекаемый на оси ординат (так называемый свободный член), а b_1 - тангенс угла наклона линии регрессии относительно оси абсцисс. Другими словами, при $x=0$ функция нулю не равна, $y=b_0$. Например, в уравнении течения тел Бингама (1) параметр b_0 является начальным напряжением сдвига, а в уравнении течения тел Шведова (2) (вязкопластичных жидкостей) параметр b_0 является динамическим напряжением сдвига (2):

$$б_t=б_{t0}+\eta\cdot\left(-\frac{d\gamma}{d\tau}\right),\quad (1);\qquad б_t=б_{tд}+\eta\cdot\left(-\frac{d\gamma}{d\tau}\right),\quad (2).$$

В обоих случаях параметр b_1 по физическому смыслу будет являться коэффициентом пластической вязкости этих неньютоновских жидкостей [3]. Если поставлена задача об определении законов течения тел Шведова и тел Бингама, то следует с помощью соответствующего вискозиметра определить значения касательного напряжения при нескольких значениях скоростей деформации. Эти данные обрабатываются, например, методом наименьших квадратов с получением искомых уравнений.

Существует множество уравнений вида $y=b_0+b_1x$ описывающих явления или процессы в которых функция y не равна 0 при значении независимой переменной величины (фактора) $x=0$. Существует также множество нелинейных уравнений парных зависимостей, которые в результате простых алгебраических преобразований приводятся к линейному виду $y=b_0+b_1x$ (см. таблицу 2.2 [1]).

В тех случаях, когда зависимость $y=b_0+b_1x$ определяется в результате эксперимента неизбежны ошибки измерений как фактора x, так и функции y. Целью обработки результатов экспериментов является определение параметров b_0 и b_1 и оценка точности эксперимента. Оценка точности включает вычисление дисперсии адекватности и дисперсий параметров b_0 и b_1, определение доверительных отклонений параметров b_0 и b_1, стандартных границ корреляционного поля, коэффициента корреляции и проверку полученного уравнения на адекватность. При необходимости нужно произвести отсев "выпадающих точек" и повторить расчёт.

Процедура получения аналитической функции по результатам наблюдений или экспериментальных исследований называется **восстановлением зависимости**. Известно несколько методов оценки неизвестных параметров, все они различаются по точности и по трудоёмкости. Наиболее распространён метод *наименьших квадратов* (НК), который является частным случаем принципа максимума правдоподобия. Метод НК позволяет получить состоятельные, несмещённые и эффективные оценки неизвестных параметров восстановленной аналитической функции (если ошибки измерений не противоречат закону нормального распределения).

постановка задачи

Дана таблично заданная зависимость $y=f(x)$. Эта таблица является выборкой из совокупности. Несмотря на то, что в данных есть грубые ошибки, предполагается, что они соответствуют линейной зависимости $y=b_0+b_1x$ со свободным членом.

порядок расчёта

1. Построить график экспериментальной зависимости $y=f(x)$. При этом пары значений y-x на графике принято обозначать точками (соединение точек ломаными линиями не допускается).

2. Методом НК определить коэффициенты уравнения линейной регрессии $y=b_0+b_1x$. Определить выборочный коэффициент корреляции r.

3. Вычислить дисперсию адекватности $s^2_{ад}$.

4. С помощью дисперсии адекватности $s^2_{ад}$ вычислить дисперсии коэффициентов s^2_{b0} и s^2_{b1}.

5. Вычислить квадратичные отклонения s_{b0} и s_{b1}.

6. Вычислить стандартные границы корреляционного поля $y_{i,min}=(b_0-s_{b0})+(b_1-s_{b1})x_i$ и $y_{i,max}=(b_0+s_{b0})+(b_1+s_{b1})x_i$.

7. Нанести на график экспериментальной зависимости $y=f(x)$ значения $y_{i,расч}$, $y_{i,min}$, $y_{i,max}$.

8. Произвести отсев "выпадающих точек" и вновь выполнить расчёты по определению коэффициентов уравнения линейной регрессии $y=b_0+b_1x$ согласно п.1, но без "выпавших точек".

9. Приняв уровень значимости $\alpha=0,05$ оценить качество аппроксимации полученным уравнением:

   9.1. Проверить нулевую гипотезу $H_0: r_{yx}=0$.

   9.2. Проверить нулевые гипотезы $H_0: b_0=0$ и $H_0: b_1=0$.

   9.3. Проверить полученное уравнение на адекватность.

10. Выводы по работе.

11. Отчёт по работе оформить и подписать.

Вопросы для контроля знаний

1. Корреляционное поле случайной величины? 2. Почему при построении графика экспериментальной зависимости $y=f(x)$ не допускается соединение точек ломаными линиями. 3. Коэффициент корреляции? 4. Генеральный и выборочный коэффициент корреляции? 5. Почему опытные данные всегда неравноценны? 6. Понятие об уравнении регрессии? 7. Сущность метода наименьших квадратов? 8. Разрешима ли задача метода НК в общем виде? Другими словами, можно ли в результате одной процедуры обращения к экспериментальным данным получить оптимальное уравнение регрессии и его параметры? 9. Кто и на каком основании решает вопрос по какому уравнению $y=bx$ или $y=b_0+b_1x$ следует производить обработку результатов наблюдений, экспериментов? 10. Существует ли корреляция между коэффициентами b_0 и b_1? 11. Понятие о линейности уравнения регрессии в традиционном смысле и с точки зрения **метода** НК? 12. Обратная регрессия? 13. Ортогональная регрессия? 14. Понятие об оптимальной регрессии? 15. В каком случае неправомерно использовать для обработки данных $y=f(x)$ обратную регрессию? 16. Стандартные границы корреляционного поля? 17. Одинаковы ли стандартные отклонения для значений $y_i=f(x_i)$? 18. Пересекаются ли линии стандартных отклонений $y_{i,min}=f(x_i)$ и $y_{i,max}=f(x_i)$? 19. Как по-

строить доверительные границы корреляционного поля? 20. Проверка статистических гипотез? 21. Понятие о нулевой и альтернативной гипотезах? 22. Уровень значимости? 23. Число степеней свободы? 24. Критерии Стьюдента и Фишера? 25. Односторонний и двусторонний критерии Стьюдента? 26. Дисперсия адекватности? 27. Воспроизводимость результатов экспериментов? 28. Дисперсия воспроизводимости? 29. Почему дисперсия адекватности обычно больше дисперсии воспроизводимости? 30. Почему в условиях нулевой гипотезы при вычислении дисперсий коэффициентов b_0 и b_1 вместо дисперсии адекватности можно использовать дисперсию воспроизводимости? 31. Процедура проведения регрессионного анализа уравнения? 32. Проверка уравнения на адекватность? 33. Выводы по работе?

Библиографический список

1. Разнообразие форм уравнений парной регрессии: Учебное пособие/Самар. гос. техн. ун-т; Сост. *Д.Н. Цивинский.* Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2002, 80 с., с илл.

2. **Применение статистического метода анализа в нефтегазовом деле**: Учеб. пособ./*Д.Н.Цивинский.* - 2-е изд., испр. и доп. - Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2014. - 377 с., с илл.

3. **Явления переноса в нефтегазовом деле**: Учебное пособие/*Д.Н.Цивинский.*- 2-е изд., исправл. и доп.- Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2012. - 405 с., с илл.

Дополнительная литература: **Ганджумян Р.А.** Математическая статистика в разведочном бурении: Справочное пособие.- М.: Недра, 1990,- 218 с. **Львовский Е.Н.** Статистические методы построения эмпирических формул: Учеб. пособие.- М.: Высш. школа, 1982, 224 с.

Критические значения одностороннего критерия Стьюдента при ν степенях свободы и принимаемом уровне значимости α

Число степеней свободы, ν	Уровень значимости, α					
	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,310
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,215
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,105	4,025
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	1,345	1,761	2,145	2,264	2,977	3,787
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	1,377	1,746	2,120	2,583	2,961	3,686
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,232
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,160
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090

Критические значения распределения Фишера F^{α} для уровня значимости α =0,05

ν_2	Число степеней свободы числителя ν_1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	243,9	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,3	19,33	19,35	19,37	19,33	19,40	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8 70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	8,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,55	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,35
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,33	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,60	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,43	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,43	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2 72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,50	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31:	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,5S	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,09
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,39	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,38	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,60	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,69	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,06	1,97	1,93	1,89	1,84	1,79	1,73	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,23	2,22	2,18	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,69	1,62
40	4,08	3,23	2,64	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,03	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,89	1,64	1,58	1,51

Вариант №00

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

y = 6, 7, 9, 11, 16, 14, 15

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,0333$.

Вариант №01

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 7, 9, 11

y = 23, 52, 80, 108, 136, 162

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,14$.

Вариант №02

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 7, 8, 10, 12

y = 35, 62, 91, 117, 118, 146, 177

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 9 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,777$.

Вариант №03

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5.0, 6, 7, 8.0, 9

y = 23, 35, 52, 71, 79.5, 91, 95, 119.5, 136

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 8 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,895$.

Вариант №04

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2.0, 3, 4, 5, 7, 8, 10

y = 23, 24.5, 52, 62, 80, 108, 122, 146

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,56$.

Вариант №05

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

y = 35, 48, 62, 80, 99, 108, 121, 133, 142

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}=1,53$.

Вариант №06

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

y = 52, 67, 78, 92, 108, 138, 136, 147, 162

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,678$.

Вариант №07

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 4, 7, 9, 10, 13

y = 23, 40, 62, 108, 126, 146, 190

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 8 параллельных опытов, $s^2_{оп}=1,521$.

Вариант №08

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 5, 7, 8, 11, 14, 20

y = 35, 81, 95, 117, 163, 205, 287

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 8 параллельных опытов, $s^2_{оп}=1,436$.

Вариант №09

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 6, 7, 9, 11

y = 12, 28, 44, 54, 59, 75, 91

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 10 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,0397$.

Вариант №10

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 12

y = 20, 29, 35, 51, 67, 84, 90, 99

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,111.

Вариант №11

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2.5, 4, 5.5, 7, 8.5, 10, 11.5, 13

y = 14, 28.0, 38, 52.0, 63, 75.0, 87, 95.0, 111

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 11 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,234.

Вариант №12

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3.5, 5, 8, 11, 12.5, 14

y = 21, 32.0, 46, 71, 89, 106.0, 119

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,897.

Вариант №13

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 7, 8, 10, 12

y = 20, 38, 51, 68, 70, 84, 104

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,05.

Вариант №14

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13

y = 29, 46, 54, 62, 64, 76, 94, 110

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 3 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0578.

Вариант №15

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 4, 5, 7, 8, 9, 12, 14

y = 37, 48, 50, 69, 83, 102, 121

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=2,73.

Вариант №16

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15

y = 28, 45, 64, 73, 105, 125, 153

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,62.

Вариант №17

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

y = 4, 6, 6, 7, 7, 8, 9

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,028.

Вариант №18

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

y = 4, 6, 7, 8, 8.5, 10, 10.5

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,01234.

Вариант №19

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 11

y = 7, 9, 8, 14, 11, 10, 13, 12, 14

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=4,284.

Вариант №20

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 5, 6, 7, 7, 7.5, 9, 10, 11, 12

y = 7, 9, 19, 9.5, 11, 11.5, 13, 14, 15.5

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,04964.

Вариант №21

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13

y = 4, 6, 8, 10, 14, 13, 15

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0214.

Вариант №22

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

y = 6, 7, 9, 11, 16, 14, 15

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0333.

Вариант №23

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16

y = 7, 9, 11, 16, 14, 15, 18

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,05438.

Вариант №24

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 4, 7, 10, 13, 16

y = 4, 7, 10, 15, 15, 18

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 4 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0115.

Вариант №25

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20

y = 6, 8, 11, 13, 10, 17, 20

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,03458.

Вариант №26

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 6, 9, 12, 4, 17, 21

y = 3, 6, 9, 12, 15, 18

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,04267.

Вариант №27

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

y = 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,019.

Вариант №28

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

y = 9.7, 9, 10, 11, 14, 15, 17

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,05153.

Вариант №29

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

y = 11, 11.2, 13.2, 14.3, 14.9, 16.2, 16.8, 17.8

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,007687.

Вариант №30

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

y = 10, 11, 12.8, 12.9, 16, 17, 18.5, 20.5, 22

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,02347.

Вариант №31

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13

y = 7, 10, 12, 15, 17, 20, 23

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0289.

Вариант №32

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

y = 8, 10, 14, 16, 19, 22, 25

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,225.

Вариант №33

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

y = 2, 2, 3, 3, 4, 2, 4, 5

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,01668.

Вариант №34

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15

y = 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 4 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,095.

Вариант №35

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16

y = 3, 3, 4, 4, 6, 5, 5, 6

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0.4679.

Вариант №36

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

y = 10, 11, 10, 12, 13, 13, 14

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,01336.

Вариант №37

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

y = 10, 11, 12, 14, 13, 14, 15

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,3214.

Вариант №38

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

y = 11, 12, 13, 13.6, 13.2, 15, 16, 16.8

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,00461.

Вариант №39

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

y = 11, 9.5, 13, 14, 15, 16, 17, 19

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,5735.

Вариант №40

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 7, 9, 11

y = 23, 52, 80, 108, 136, 162

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,14.

Вариант №41

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 7, 8, 10, 12

y = 35, 62, 91, 117, 118, 146, 177

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 9 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,777.

Вариант №42

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5.0, 6, 7, 8.0, 9

y = 23, 35, 52, 71, 79.5, 91, 95, 119.5, 136

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 8 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,895.

Вариант №43

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2.0, 3, 4, 5, 7, 8, 10

y = 23, 24.5, 52, 62, 80, 108, 122, 146

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,56.

Вариант №44

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

y = 35, 48, 62, 80, 99, 108, 121, 133, 142

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,53.

Вариант №45

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

y = 52, 67, 78, 92, 108, 138, 136, 147, 162

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,678.

Вариант №46

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 4, 7, 9, 10, 13

y = 23, 40, 62, 108, 126, 146, 190

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 8 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,521.

Вариант №47

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 5, 7, 8, 11, 14, 20

y = 35, 81, 95, 117, 163, 205, 287

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 8 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,436.

Вариант №48

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 6, 7, 9, 11

y = 12, 28, 44, 54, 59, 75, 91

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 10 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0397.

Вариант №49

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 12

y = 20, 29, 35, 51, 67, 84, 90, 99

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,111.

Вариант №50

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2.5, 4, 5.5, 7, 8.5, 10, 11.5, 13

y = 14, 28.0, 38, 52.0, 63, 75.0, 87, 95.0, 111

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 11 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,234.

Вариант №51

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3.5, 5, 8, 11, 12.5, 14

y = 21, 32.0, 46, 71, 89, 106.0, 119

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,897.

Вариант №52

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 7, 8, 10, 12

y = 20, 38, 51, 68, 70, 84, 104

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,05.

Вариант №53

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13

y = 29, 46, 54, 62, 64, 76, 94, 110

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 3 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0578.

Вариант №54

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 4, 5, 7, 8, 9, 12, 14

y = 37, 48, 50, 69, 83, 102, 121

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=2,73.

Вариант №55

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15

y = 28, 45, 64, 73, 105, 125, 153

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,62.

Вариант №56

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

y = 4, 6, 6, 7, 7, 8, 9

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,028.

Вариант №57

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

y = 4, 6, 7, 8, 8.5, 10, 10.5

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,01234.

Вариант №58

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 11

y = 7, 9, 8, 14, 11, 10, 13, 12, 14

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=4,284.

Вариант №59

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 5, 6, 7, 7, 7.5, 9, 10, 11, 12

y = 7, 9, 19, 9.5, 11, 11.5, 13, 14, 15.5

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,04964.

Вариант №60

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13

y = 4, 6, 8, 10, 14, 13, 15

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0214.

Вариант №61

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

y = 6, 7, 9, 11, 16, 14, 15

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0333.

Вариант №62

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16

y = 7, 9, 11, 16, 14, 15, 18

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,05438.

Вариант №63

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 4, 7, 10, 13, 16

y = 4, 7, 10, 15, 15, 18

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 4 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0115.

Вариант №64

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20

y = 6, 8, 11, 13, 10, 17, 20

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,03458.

Вариант №65

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 6, 9, 12, 4, 17, 21

y = 3, 6, 9, 12, 15, 18

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,04267.

Вариант №66

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

y = 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,019.

Вариант №67

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

y = 9.7, 9, 10, 11, 14, 15, 17

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,05153.

Вариант №68

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

y = 11, 11.2, 13.2, 14.3, 14.9, 16.2, 16.8, 17.8

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,007687.

Вариант №69

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

y = 10, 11, 12.8, 12.9, 16, 17, 18.5, 20.5, 22

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,02347.

Вариант №70

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13

y = 7, 10, 12, 15, 17, 20, 23

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,0289$.

Вариант №71

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

y = 8, 10, 14, 16, 19, 22, 25

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,225$.

Вариант №72

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

y = 2, 2, 3, 3, 4, 2, 4, 5

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,01668$.

Вариант №73

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15

y = 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 4 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,095$.

Вариант №74

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16

y = 3, 3, 4, 4, 6, 5, 5, 6

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0.4679$.

Вариант №75

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

y = 10, 11, 10, 12, 13, 13, 14

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,01336$.

Вариант №76

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

y = 10, 11, 12, 14, 13, 14, 15

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,3214$.

Вариант №77

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

y = 11, 12, 13, 13.6, 13.2, 15, 16, 16.8

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,00461$.

Вариант №78

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

y = 11, 9.5, 13, 14, 15, 16, 17, 19

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,5735$.

Вариант №79

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 7, 9, 11

y = 23, 52, 80, 108, 136, 162

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}=0,14$.

Вариант №80

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 7, 8, 10, 12

y = 35, 62, 91, 117, 118, 146, 177

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 9 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,777.

Вариант №81

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5.0, 6, 7, 8.0, 9

y = 23, 35, 52, 71, 79.5, 91, 95, 119.5, 136

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 8 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,895.

Вариант №82

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2.0, 3, 4, 5, 7, 8, 10

y = 23, 24.5, 52, 62, 80, 108, 122, 146

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,56.

Вариант №83

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

y = 35, 48, 62, 80, 99, 108, 121, 133, 142

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,53.

Вариант №84

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

y = 52, 67, 78, 92, 108, 138, 136, 147, 162

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,678.

Вариант №85

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 4, 7, 9, 10, 13

y = 23, 40, 62, 108, 126, 146, 190

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 8 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,521.

Вариант №86

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 5, 7, 8, 11, 14, 20

y = 35, 81, 95, 117, 163, 205, 287

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 8 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,436.

Вариант №87

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 6, 7, 9, 11

y = 12, 28, 44, 54, 59, 75, 91

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 10 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0397.

Вариант №88

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 12

y = 20, 29, 35, 51, 67, 84, 90, 99

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,111.

Вариант №89

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2.5, 4, 5.5, 7, 8.5, 10, 11.5, 13

y = 14, 28.0, 38, 52.0, 63, 75.0, 87, 95.0, 111

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 11 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,234.

Вариант №90

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3.5, 5, 8, 11, 12.5, 14

y = 21, 32.0, 46, 71, 89, 106.0, 119

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,897.

Вариант №91

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 4, 6, 7, 8, 10, 12

y = 20, 38, 51, 68, 70, 84, 104

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,05.

Вариант №92

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13

y = 29, 46, 54, 62, 64, 76, 94, 110

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 3 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0578.

Вариант №93

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 4, 5, 7, 8, 9, 12, 14

y = 37, 48, 50, 69, 83, 102, 121

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=2,73.

Вариант №94

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15

y = 28, 45, 64, 73, 105, 125, 153

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=1,62.

Вариант №95

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

y = 4, 6, 6, 7, 7, 8, 9

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,028.

Вариант №96

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

y = 4, 6, 7, 8, 8.5, 10, 10.5

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,01234.

Вариант №97

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 11

y = 7, 9, 8, 14, 11, 10, 13, 12, 14

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 7 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=4,284.

Вариант №98

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 5, 6, 7, 7, 7.5, 9, 10, 11, 12

y = 7, 9, 19, 9.5, 11, 11.5, 13, 14, 15.5

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 5 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,04964.

Вариант №99

Функция $y=f(x)$ задана таблично:

x = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13

y = 4, 6, 8, 10, 14, 13, 15

Дисперсия воспроизводимости определена по результатам 6 параллельных опытов, $s^2_{оп}$=0,0214.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....2
Задача восстановления зависимости.....2
Постановка задач.....2
Порядок расчёта.....3
Вопросы для контроля знаний.....3
Библиографический список.....4
Таблица критерия Стьюдента.....5
Таблица критерия Фишера.....6
Варианты заданий.....7