В.И. НИКИТИН

МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Учебное пособие

Самара
Самарский государственный технический университет
2017

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Бурение нефтяных и газовых скважин»

В.И. НИКИТИН

МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Учебное пособие

Самара
Самарский государственный технический университет
2017

Печатается по решению редакционно-издательского совета СамГТУ

УДК 622.276:531(075.8)
ББК 33.131:22.25я73
Н 624

Никитин В.И.

Н 624 **Механика жидкостей и газов:** Учеб. пособие / В.И. Никитин. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2017. – 63 с.

Пособие представляет собой краткое изложение основ механики сплошных сред применительно к жидкостям и газам. Анализ размерностей играет важную роль в физико-математических и технических дисциплинах, так как позволяет установить подобие между процессами, а также дает возможность проверить записи аналитических выражений. Технические специалисты нефтегазовой отрасли в зависимости от направления деятельности при работе встречаются с объектами из механики сплошных сред, такими как твердые деформируемые и недеформируемые тела, жидкости и газы либо сыпучие среды. В пособии изложены вводные положения механики сплошных сред, а также описаны основные свойства жидкостей и газов. Даны основополагающие законы гидростатики и законы движения сплошных сред. Представлена подробная реологическая классификация текучих сред. Приведены примеры решения типовых задач.

Предназначено для студентов очно-заочной и заочной форм обучения по направлению подготовки 21.03.01 «Нефтегазовое дело», профилю «Бурение нефтяных и газовых скважин».

Рецензент – канд. техн. наук О.А. Нечаева

УДК 622.276:531(075.8)
ББК 33.131:22.25я73
Н 624

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное учебное пособие представляет собой изложение курса механики сплошных сред для студентов очно-заочной и заочной форм обучения по направлению подготовки 21.03.01 «Нефтегазовое дело», профилю «Бурение нефтяных и газовых скважин». Специалисты данной области в своей работе непрерывно взаимодействуют со сплошными средами, такими как буровые растворы, флюиды, содержащиеся в горных породах, а также деформируемые материалы. Также уделяется внимание основным свойствам, законам статики и движения жидкостей и газов.

На самом деле механика сплошных сред является сильно математизированной дисциплиной, использующей сложный математический аппарат. В данном пособии автор излагает материал дисциплины без углубленного изучения выводов основных законов. Целью изложения является установление однозначного соответствия между физическими законами и явлениями, встречающимися в работе и в повседневной жизни. Существует опасность потерять логику физической интерпретации явлений, углубившись в математические выводы. Поэтому в настоящем пособии «Механика жидкостей и газов» не используется тензорный анализ в качестве основы изложения. Следует понимать, что описанные законы, явления и процессы являются лишь малой частью дисциплины «Механика сплошных сред», но тем не менее автор старается познакомить читателя с основными законами движения сплошных сред, а также свойствами жидкостей и газов. Таким образом, изучив данный материал, читатель открывает для себя возможность изучения более сложных инженерных дисциплин, таких как «Механика полидисперсных систем» и «Гидроаэромеханика в бурении». Для лучшего усвоения материала автор предлагает повторить решение типовых примеров, представленных в разделах пособия, а также ответить на вопросы, находящиеся в конце каждой главы.

ВВЕДЕНИЕ

Механика – наука о движении и взаимодействии материальных объектов. Под движением понимается механическое движение, то есть изменение положения тела или его частей в пространстве с течением времени. Теоретическая механика имеет дело не с самими материальными объектами, а с их «моделями». Такими моделями являются материальные точки, системы материальных точек, абсолютно твердые тела, деформируемые сплошные среды. В данном учебном пособии рассмотрим последнюю категорию из перечисленных. Для лучшего понимания объекта исследования сравним модель сплошной среды с другими моделями. Материальной точкой принято считать объект, размером которого можно пренебречь при решении определенной задачи. Совокупность материальных точек называют системой материальных точек. Абсолютно твердым телом называется тело, расстояние между любыми двумя точками которого является постоянным. При этом для материальных точек упрощением является возможность пренебречь его размерами, но не массой. Для абсолютно твердых тел основным допущением является пренебрежение его деформацией. Для механики же сплошной среды свойственно не рассматривать ее молекулярную структуру. Сама модель сплошной среды значительно отличается от системы материальных точек и от твердого недеформируемого тела. Данный вывод легко сделать, представив себе течение жидкостей в повседневной жизни. Лучше всего модель сплошной среды описывает *гипотеза сплошности*. Далее идет описание основных свойств материальных объектов, представляющих сплошные среды в реальной жизни, то есть жидкостей и газов. Механика жидкости встречается практически во всех областях нашей физической жизни. Жидкости и газы зачастую описываются одними и теми же законами и математическими уравнениями, но физические свойства их одинаковыми не являются.

Специалисты нефтегазовой отрасли взаимодействуют с достаточно сложными жидкостями, например с буровыми промывочными системами. Поэтому важной частью данного пособия является реологическая классификация жидкостей. При этом движение неньютоновских сред является обширной областью науки, не представленной в пособии. Но перед тем, как приступить к ее изучению, необходимо детально ознакомиться с поведением вязких сред, то есть ньютоновских сред, хорошо описанных в настоящей книге.

1. АНАЛИЗ РАЗМЕРНОСТЕЙ

1.1. ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ

Первичная величина – физическая величина, которая вводится для данного класса явлений безотносительно к другим величинам и численное значение которой определяется посредством прямого измерения (при этом единица измерения выбирается произвольно).

Вторичная величина – физическая величина, которая выражается через первичные по определению (на основе физических представлений, законов, т. е. определяющих уравнений).

Единица измерения – физическая величина, принятая по соглашению в качестве основы (стандарта) для сравнения всех однородных (т. е. имеющих одну и ту же физическую природу) величин.

Система единиц – совокупность единиц измерения, построенная на основе определенных единиц для величин, принятых в качестве первичных (для данного класса явлений).

Основная единица измерения – единица измерения первичной величины.

Производная единица измерения – единица измерения вторичной величины, выражаемая через основные единицы с помощью формулы размерности.

Размерная величина – величина, численное значение которой зависит от выбора основных единиц измерения, а показатель степени не равен нулю.

Безразмерная величина – величина, численное значение которой не зависит от выбора основных единиц измерения, а показатель степени равен нулю.

Анализ размерностей – метод нахождения связи между физическими величинами, существенными для исследуемого процесса или явления, основанный на анализе размерностей величин. Основное положение метода – любое уравнение должно быть размерно однородным.

Метод размерностей – метод определения числа и структуры безразмерных степенных комплексов, построенных из величин, существенных для данного процесса, на основе сопоставления размерностей этих величин.

1.2. СИСТЕМА ЕДИНИЦ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Значительная часть характеристик объектов измеряется в каких-либо единицах, имеющих непосредственный (механический, физический и т. д.) смысл. Например, масса – в килограммах, температура – в кельвинах. Такие величины мы называем *размерными*, поскольку их численное значение зависит от выбора единицы измерения. Среди них выделяются *первичные величины* с независимой (основной) размерностью, или размерно *независимые* величины. Например, если для описания механических явлений используется система единиц СИ, то масса всегда измеряется в килограммах, длина – в метрах, а время – в секундах [2].

Механика жидкости и газа использует физические величины. Есть основные величины, через которые выражаются все остальные. Например, сила может быть выражена из второго закона Ньютона:

$$F = ma. \tag{1.1}$$

Проанализируем размерность параметров, входящих в это выражение, в системе *M (масса), L (длина), T (время)*:

$$[F] = \left[M \frac{L}{T^2} \right]. \tag{1.2}$$

Таким образом, видно, что сила может быть записана через массу, длину и время. Единицей силы принято считать ньютон:

$$[H] = \left[кг \frac{м}{с^2} \right]. \tag{1.3}$$

В системе СИ силу измеряют в ньютонах. Вес тела измеряется тоже в ньютонах:

$$P = mg. \tag{1.4}$$

Ускорение свободного падения принято считать $g = 9.81\, м/с^2$. Вообще эта величина не является константой. На поверхности Земли она принимает значения от $9.77\, м/с^2$ на высокой горе и до $9.83\, м/с^2$ в океанской впадине.

Наиболее часто используемые приставки СИ (десятичные приставки) указаны в табл. П1.1. Десятичные приставки служат для сокращения количества нулей в численных значениях физических величин. Основные величины указаны в табл. П1.2, в прил. 2 указаны производные единицы, используемые в механике жидкости и газа.

В нефтегазовой отрасли часто используются американские нефтепромысловые единицы измерения. Однако при проведении инженерных расчетов по всему миру часто используются единицы метрической системы [1]. Переводные коэффициенты для этих двух систем представлены в прил. 3.

Пример. Рассчитать усилие, необходимое для придания телу массой $0.4\,кг$ начального ускорения $40\,м/с^2$ при вертикальном подбрасывании.

Решение. Сложим силы, действующие на тело в направлении оси y:

$$\Sigma F_y = ma_y;$$

$$F - mg = ma;$$

$$F - 0.4 \cdot 9.81 = 0.4 \cdot 40 \Rightarrow F = 19.92\ Н.$$

Примечание. Не имеет смысла удерживать большее количество знаков в дробной части, так как ускорение свободного падения округлено до двух знаков после запятой.

1.3. ТЕОРИЯ ПОДОБИЯ. π-ТЕОРЕМА

Одно из фундаментальных свойств природных, технологических, многих экономических и социальных объектов – симметрия (*подобие, повторяемость, воспроизводимость*) – находит свое отражение в их математических моделях. Наличие какого-либо вида симметрии у изучаемого явления означает большую простоту объекта в сравнении с его менее симметричным аналогом. На этом основываются широко применяемые методы упрощения математических моделей и, следовательно, методы упрощения их анализа. Они состоят в понижении порядка системы уравнений, образующих модель, в уменьшении числа переменных, от которых зависят искомые величины, или числа постоянных параметров, определяющих процесс, и т. д.

Инвариантность явлений и процессов по отношению к изменению единиц измерения находит свое воплощение в так называемой π-теореме.

π-теорема. Пусть имеется функциональная связь

$$x_1 = f\left(x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_n\right), \tag{1.5}$$

где $n-$общее количество переменных. Пусть эта связь не зависит от выбора системы единиц измерения (величина x – искомая, а остальные – задаваемые). Из них m переменных являются независимыми, т. е. первичными. Тогда можно составить $k=(n-m)$ безразмерных комбинаций (групп), таких, что исходная зависимость f будет эквивалентна зависимости между k безразмерными величинами:

$$\pi_1 = F\left(\pi_2,\ldots.\pi_k\right). \tag{1.6}$$

Основной смысл π-теоремы состоит в том, что всякое физическое соотношение между размерными величинами можно сформулировать как соотношение между безразмерными величинами. Этот факт лежит в основе теории подобия, играющей важную роль в механике сплошной среды.

Пример. При медленном стационарном движении сферы в вязкой жидкости величина сопротивления F зависит от вязкости жидкости μ, скорости v и радиуса r сферы. Т. е. известно, что

$$F = f(\mu, v, r).$$

Установить зависимость между переменными.

Решение. Проанализируем размерности: $n=4$, $[F]=[MLT^{-2}]$, $[r]=[L]$, $[v]=\left[LT^{-1}\right]$, $[\mu]=[ML^{-1}T^{-1}]$. Независимых величин $m=3$, следовательно, можно составить одну безразмерную комбинацию.

Выберем в качестве величин с независимыми переменными $\mu,\ v,\ r,$ тогда безразмерная комбинация всех переменных будет следующая:

$$\frac{F}{\mu v r} = const,$$

а следовательно, $F = const \cdot \mu v r$. Экспериментальным путем доказано, что $const = 6\pi$, – это подтверждается гидродинамическим решением данной задачи.

Контрольные вопросы и задания

1. Каково основное положение метода анализа размерностей?
2. Чем полезен анализ размерностей при решении физических задач?
3. Если сила, длина и время выбраны в качестве основных единиц измерения, то какую размерность будет иметь масса?
4. Используя π-теорему, сгруппируйте в безразмерную величину плотность, скорость, диаметр и динамическую вязкость.
5. Можно ли при решении задач осуществлять переход от размерных единиц к безразмерным? Возможен ли обратный переход?

2. ОСНОВЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

2.1. ГИПОТЕЗА СПЛОШНОСТИ

Явления, рассматриваемые в механике сплошных сред, в частности в механике жидкости и газа, носят макроскопический характер. Это позволяет абстрагироваться от молекулярного строения вещества и рассматривать физические тела как сплошные среды.

Сплошная среда представляет собой материальный континуум, то есть непрерывное множество материальных точек с непрерывным (в общем случае – кусочно-непрерывным) распределением по нему кинематических, динамических, термодинамических и иных физико-химических характеристик рассматриваемой среды.

С физической точки зрения принятие модели сплошной среды означает, что при макроскопическом описании всякий «бесконечно малый» объем содержит достаточно большое число молекул. Например, куб воздуха с ребром 10^{-3} мм содержит $27 \cdot 10^{6}$ молекул. Отсюда видно, что предлагаемая идеализация не будет применимой лишь при очень больших разрежениях.

Отметим еще раз, что понятие «сплошная среда» представляет собой модель реальных сред. Использование такой модели в механике жидкости и газа и ряде других областей оправдывается тем, что полученные на ее основе результаты подтверждаются экспериментально и всесторонней апробацией на практике. В качестве примеров можно указать на расчеты течений в трубопроводах различного назначения, истечения жидкостей и газов через сопла, фильтрации через пористые среды и т. д.

2.2. СИЛЫ И НАПРЯЖЕНИЯ В ЖИДКОСТЯХ И ГАЗАХ

Движение сплошной среды, как и абсолютно твердого тела, происходит под действием сил. Но если в теоретической механике, как правило, рассматриваются сосредоточенные силы, то в механике сплошной среды главным образом имеют дело с распределенными силами. По характеру действиявне зависимости от конкретной физической природы в механике сплошной среды различают два класса сил: *массовые* и *поверхностные*.

Массовыми силами называют силы, величина которых пропорциональна массе среды, на которую они действуют. Примерами массовых сил могут служить гравитационные и электромагнитные силы, силы инерции.

Поверхностными силами называют силы, величина которых пропорциональна площади поверхности, на которую они действуют. Примерами поверхностных сил могут служить силы давления и трения.

Причины, которые вызывают движение и внутренние напряжения в средах, – это силы, которые можно разделить на *внутренние* и *внешние*. *Внешние силы* по отношению к системе вызваны другими системами, а *внутренние* – частями системы. В недеформированном теле расположение молекул соответствует состоянию его теплового равновесия. При этом все его части находятся друг с другом в механическом равновесии. Это значит, что если выделить внутри тела какой-нибудь объем, то равнодействующая всех сил, действующих на этот объем со стороны других частей, равна нулю.

При деформировании же расположение молекул меняется и тело выводится из состояния равновесия, в котором оно находилось первоначально. В результате в нем возникают силы, стремящиеся вернуть тело в состояние равновесия. Эти возникающие при деформировании внутренние силы называются внутренними напряжениями. Если тело не деформировано, то внутренние напряжения в нем отсутствуют.

Выделим в сплошной среде элементарную площадку ΔS с нормалью $\vec{n}$. На эту площадку действует внешняя сила $\Delta\vec{F}$, находящаяся со стороны площадки по направлению нормали (рис. 2.1, *а*).

На рис. 2.1, *б* показано разложение действующей силы на нормальную $\Delta\vec{F}_n$ и касательную $\Delta\vec{F}_\tau$ составляющие. Напряжение приложенной силы в точке определяется как предел отношения

$$\vec{p} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta\vec{F}}{\Delta S}. \qquad (2.1)$$

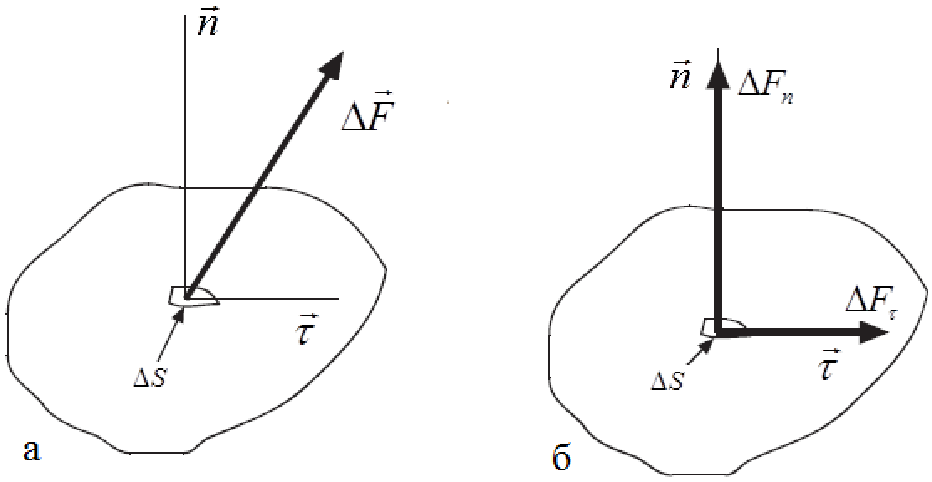

Рис. 2.1. Разложение вектора напряжений на составляющие

При этом нормальные напряжения в точке определяются как

$$p_n = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta S}, \tag{2.2}$$

а касательные как

$$\tau = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F_\tau}{\Delta S}. \tag{2.3}$$

Если перенести данные рассуждения на трехмерный случай и рассмотреть элементарный объем (параллелепипед) с действующими в нем напряжениями, то на каждой площадке параллелепипеда получим следующее разложение напряжений (рис. 2.2).

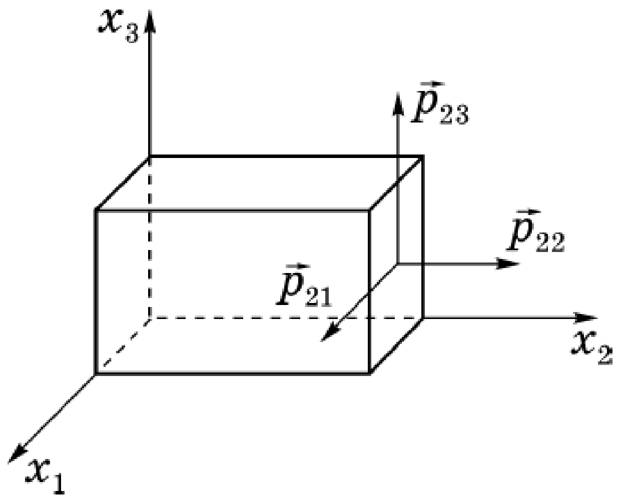

Рис. 2.2. Разложение тензора напряжений на компоненты

Компоненты p_{ij} образуют тензор второго ранга, названный *тензором напряжений*, которому можно поставить в соответствие матрицу

$$p_{ij} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -p_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -p_{22} & 0 \\ 0 & 0 & -p_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{12} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Компоненты с одинаковыми индексами p_{ii} называются *нормальными напряжениями*, а компоненты $p_{ik} (i \neq k) -$ *касательными напряжениями*, или *напряжениями сдвига*.

Многие определяющие соотношения в механике отражают связь тензора напряжений и тензора скоростей деформации, чем однозначно описывают свойства материала. Характерной чертой движения сплошной среды является ее *деформация*, т. е. изменение расстояния между отдельными точками среды. Компоненты тензора скоростей деформаций могут быть заданы следующим выражением:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right). \quad (2.5)$$

2.3. ДАВЛЕНИЕ В СПЛОШНЫХ СРЕДАХ

Воздействие силы ΔF_n на элементарную площадь ΔS, заданное выражением

$$p = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta S}, \quad (2.6)$$

назовем давлением. Причем это относится только к нормальной компоненте воздействующей силы и соответствует p_{ii} компонентам тензора напряжений. Измеряется давление в $Н / м^2$ или $Па$. Чаще всего в задачах встречаются $кПа$ или $МПа$, так как давление в 1 $Па$ является достаточно маленьким. Большее количество единиц для измерения давления указано в прил. 4.

Абсолютное давление – величина, измеренная относительно давления, равного абсолютному нулю. Другими словами, это давление относительно абсолютного вакуума. *Барометрическое давление* – это абсолютное давление земной атмосферы. Свое название этот тип давления получил от измерительного прибора барометра, который, как известно, определяет атмосферное давление в определенный момент времени при определенной температуре и на определенной высоте над уровнем моря. Относительно этого давления определяются *избыточное давление* и *вакуум*. Манометрическим давлением называется разность между абсолютным давлением и барометрическим. *Избыточное давление* – положительная разность между измеряемым давлением и барометрическим. То есть избыточное давление – это величина, на которую измеряемое давлением больше барометрического. *Вакуум*, или, по-другому, *вакуумметрическое давление* – это величина, на которую измеряемое давление меньше барометрического. Если избыточное давление обозначается в положительных единицах, то вакуум – в отрицательных (или подразумевает отрицательный знак, когда имеется в виду вакуум). Таким образом, абсолютное давление определяется как

$$\begin{gathered} p_{абс} = p_{изб} + p_{атм}; \\ p_{абс} = p_{атм} + p_{вак}. \end{gathered} \tag{2.7}$$

Атмосферное давление изменяется с высотой относительно уровня моря, его значения приведены в прил. 5. Атмосферное давление на уровне моря $101.3\,кПа$, чаще упрощают его как $100\,кПа$. Также его принято измерять миллиметрами ртутного или водного столба. Для вычисления давления столба жидкости используют формулу

$$p = \rho g h, \tag{2.8}$$

где ρ – плотность жидкости; h – высота столбика. На рис. 2.3 наглядно проиллюстрированы виды давлений и их связь с атмосферным давлением.

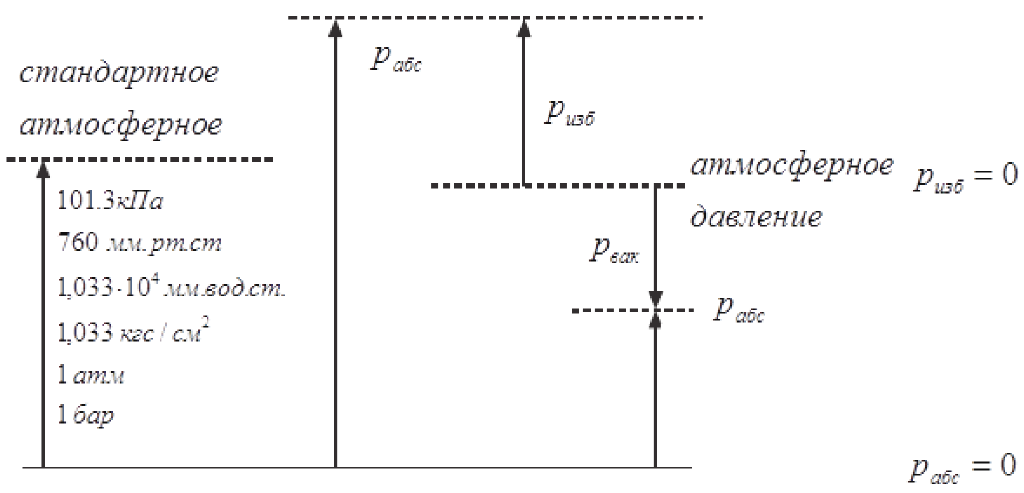

Рис. 2.3. Шкала давлений

2.4. ПОНЯТИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

Чаще всего температуру измеряют по шкале Цельсия, Фаренгейта и Кельвина. Понятие абсолютной температуры было введено лордом У. Томсоном (Кельвином), в связи с чем шкалу абсолютной температуры называют шкалой Кельвина, или термодинамической температурной шкалой. Единица абсолютной температуры – кельвин (*K*). Абсолютный ноль определен как $0\,K$, что равно $-273.15\,^\circ C$. Для перевода температуры из шкалы Цельсия в шкалу Кельвина используют следующее правило:

$$\_\_\_\_K = \_\_\_\_{}^\circ C + 273.15. \tag{2.9}$$

При переходе из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия следует пользоваться следующим выражением – оно более сложное, чем предыдущее:

$$\_\_\_\_{}^\circ C = 5/9\left(\_\_\_\_{}^\circ F - 32\right); \tag{2.10}$$

обратный переход:

$$\_\_\_\_{}^\circ F = 9/5\cdot\_\_\_\_{}^\circ C + 32. \tag{2.11}$$

По умолчанию термодинамические формулы подразумевают использование температуры по шкале Кельвина. *Нормальными (стандартными) условиями*, принятыми по соглашению (температура и давление), являются физические условия, с которыми обычно соотносят свойства веществ (пишут – при нормальных условиях…): $T_0 = 0^\circ C = 273.15K,\ p_0 = 760\ мм.рт.ст. = 101325Па$. При этих условиях молярный объем газа $V_0 = 0.022414\ м^3\ /\ моль$.

Пример. Давление вакуума $25\,кПа$ на высоте $3000\,м$ в Вайоминге. Каково абсолютное давление?

Решение. Воспользуемся таблицей для определения атмосферного давления на высоте $3000\,м$ (прил. 5):

$$p_{атм} = 70.6\,кПа;$$
$$p_{абс} = p_{атм} + \Delta p = 70.6 - 25 = 45.6\,кПа.$$

2.5. СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Свойства жидкостей и газов во многом отличаются, однако в ряде механических явлений их поведение определяется одинаковыми параметрами и идентичными уравнениями. В механике с большой степенью точности жидкости и газы рассматриваются как сплошные, непрерывно распределенные.

При изучении движения жидкостей и газов необходимо учитывать их свойства, которые не всегда являются константами вещества. Рассмотрим основные свойства жидкостей.

Рассмотрим элементарный объем ΔV массой Δm, тогда плотностью будет называться предел

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}. \qquad (2.12)$$

В общем случае плотность является функцией от координат и времени:

$$\rho = \rho(x, y, z, t), \qquad (2.13)$$

но в ряде задач плотность жидкости считают постоянной, и тогда записывают $\rho = const$. В конечном виде выражение (2.12) принимает вид

$$\rho = \frac{m}{V}. \qquad (2.14)$$

Таким образом, плотность определяется как отношение массы вещества к объему, им занимаемому. Очевидно, что плотность измеряется в $[кг/м^3]$.

Удельный вес – физическая характеристика вещества, равная отношению элемента веса dP к его объему dV:

$$\gamma = \frac{dP}{dV}, \tag{2.15}$$

где вес P определяется как $P = mg$, тогда для однородного вещества (тела)

$$\gamma = \frac{P}{V} = \rho g, \tag{2.16}$$

где $g = 9.80665\, м/с^2$ – ускорение свободного падения.

Удельная плотность вещества S определяется как отношение плотности вещества к плотности воды, следовательно,

$$\rho = S\rho_в, \qquad \gamma = S\gamma_в. \tag{2.17}$$

Объем, занимаемый газом, зависит от давления и температуры. Газ является *сжимаемой* средой, т. е. его плотность не является постоянной. В жидкости объем, ею занимаемый, слабо зависит от давления и температуры, и сжимаемостью жидкости часто пренебрегают. В таком случае говорят, что жидкость *несжимаема*, т. е. $\rho = const$.

Если же даже маленькое изменение плотности, а следовательно, и объема, имеет роль в решении задачи, то используют объемный модуль упругости (модуль объемного сжатия) B:

$$B = -V \left.\frac{\Delta p}{\Delta V}\right|_{T=const} = \rho \left.\frac{\Delta p}{\Delta \rho}\right|_{T=const}. \tag{2.18}$$

Чтобы изменить объем, занимаемый водой при $20\ ^\circ C$, на $1\,\%$, необходимо приложить более $20\, МПа$. Из этих соображений чаще всего жидкости принимают несжимаемыми.

Объемный модуль упругости также используется для определения скорости звука c в среде:

$$c = \sqrt{B/\rho}. \tag{2.19}$$

Таким образом, для воды при $20\ ^{\circ}C$ скорость звука $c = 1450\ м/с$.

Рассмотрим уравнение Клапейрона (Менделеева – Клапейрона), которое устанавливает зависимость между давлением p, молярным объемом $V_м$ и абсолютной температурой T идеального газа:

$$pV_м = RT. \tag{2.20}$$

R – универсальная газовая постоянная (Менделеев, 1874 г.) – константа, равная работе расширения одного моля идеального газа в изобарном процессе при увеличении температуры на $1\,K$. $R = 8.3144598$ Дж/(моль $\cdot\ K$).

На основании закона Клапейрона плотность любого газа ρ при температуре T и давлении p может быть рассчитана по формуле

$$\rho = \rho_0 \frac{T_0 p}{T p_0} = \frac{M}{22.4} \frac{273 p}{T p_0}, \tag{2.21}$$

где $\rho_0 = M/22.4\ кг/м^3$ – плотность газа при нормальных условиях; M – молярная масса газа, $кг/кмоль$; T – температура, K; p_0 – давление, соответствующее нормальным условиям.

Еще одним важным свойством для жидкостей является поверхностное натяжение. Свойство поверхности жидкости сокращаться можно истолковать как существование сил, стремящихся сократить эту поверхность. Этот эффект влияет при изучении теории фильтрации и взаимодействия веществ на границах разделов фаз. Поверхностное натяжение σ позволяет образовывать капельки жидкости и обусловлено силами молекулярного притяжения. Равнодействующая сил, действующих на все молекулы, находящихся на границе свободной поверхности, и есть сила поверхностного натяжения. В целом она действует так, что стремится сократить поверхность жидкости. *Капиллярное давление* – разность давлений по обе стороны искривленной поверхности раздела двух жидкостей или жидкости и газа. Рассмотрим свободную выпуклую поверхность, например каплю аэрозоля в газовой фазе (рис. 2.4).

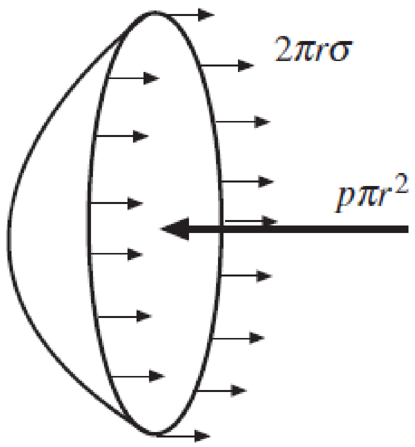

Рис. 2.4. Выпуклая свободная поверхность

Для выпуклой сферической поверхности получим капиллярное давление

$$p = \frac{2\sigma}{r}, \quad (2.22)$$

так как сила, действующая на поверхность капли изнутри, уравновешивается силой поверхностного натяжения. В случае мыльного пузырька давление, которое испытывает находящийся внутри него газ, равно

$$p = \frac{4\sigma}{r}, \quad (2.23)$$

так как у пузырька две поверхности – наружная и внутренняя, каждая из которых создает капиллярное давление. Капиллярные явления хорошо наблюдаются в капиллярных трубках.

Одним из важнейших свойств реальных жидкостей и газов является *вязкость*. Подробно это свойство рассматривается в следующем пункте.

Контрольные вопросы и задания

1. Какие модели реальных объектов вы знаете?
2. В чем заключается гипотеза сплошности?
3. Чем модель сплошной среды отличается от модели абсолютно твердого тела?

4. Что такое сила?

5. В чем разница между сосредоточенными и распределенными силами?

6. Какие два класса сил различают в механике сплошной среды? Опишите их, приведите примеры.

7. Что такое деформации и напряжения? Как они связаны?

8. Тензор напряжений. В чем необходимость использования тензорных величин в механике сплошной среды?

9. Объясните с точки зрения механики сплошных сред понятие «давление».

10. В чем различие касательных и нормальных напряжений в среде?

11. Какие виды давления вы знаете?

12. Что понимается под нормальными, или стандартными, условиями?

13. Опишите основные свойства жидкостей и газов.

14. При исследовании бурового раствора на рычажных весах определен показатель 1,07. Какую физическую величину показывают данный прибор?

15. Сравните свойства сжимаемости у жидкостей и газов.

3. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Реология – это наука о поведении различных текучих и пластичных тел при механическом нагружении. Различают некоторое количество реологических моделей. Основой классификации является отличие *ньютоновских* и *неньютоновских* сред. Исходные понятия реологии – *ньютоновская жидкость*, вязкость которой не зависит от режима деформирований, и *идеально упругое тело*, в котором в каждый момент времени величина деформации пропорциональна приложенному напряжению. Эти понятия были обобщены для тел, проявляющих одновременно пластичные (вязкостные) и упругие свойства. Практические приложения реологии описывают поведение конкретных материалов при нагрузках и при течении [3, 4, 8].

Вязкость – это свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одного слоя жидкости относительно другого. При перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев. Действие этих сил проявляется в том, что со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. Со стороны же слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила.

Среды, для которых в рамках поставленной задачи пренебрегают вязкостью, называют *идеальными*.

3.1. НЬЮТОНОВСКАЯ ЖИДКОСТЬ

Рассмотрим течения реальных сред между неограниченными параллельными поверхностями. Пусть нижняя плоскость находится в состоянии покоя, а верхняя движется с постоянной скоростью w_0, тогда профиль скоростей будет таким, как показано на рис. 3.1. Это означает, что согласно условию прилипания скорость частиц, находящихся на неподвижной стенке, равна нулю, а частицы, находящиеся на подвижной плоскости, перемещаются с постоянной скоростью

w_0 – со скоростью стенки. При наличии прилипания от сил трения возникает напряжение, обусловленное сопротивлением скольжению слоев среды, движущихся с различными скоростями.

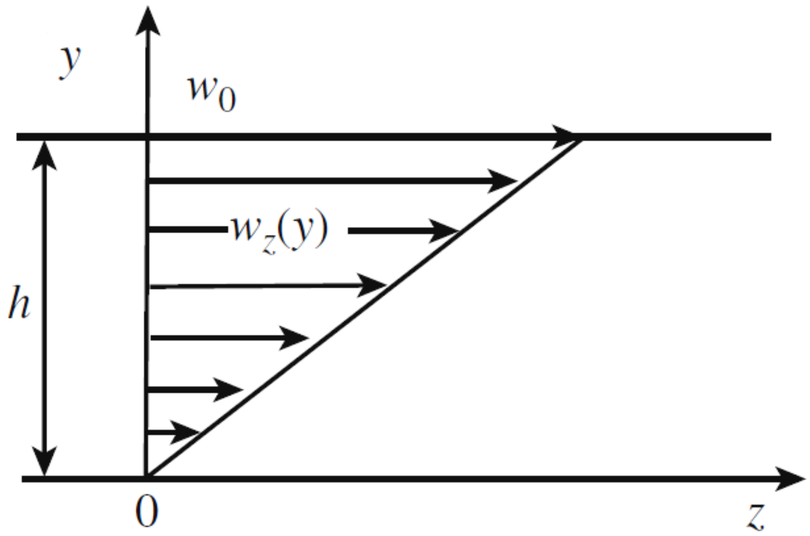

Рис. 3.1. Течение между неограниченными параллельными плоскостями

Экспериментально установлено, что в средах, названных вязкими жидкостями, напряжение от сил трения между пластинами определяется формулой Ньютона:

$$\tau = \mu \frac{\partial w_z}{\partial y}, \tag{3.1}$$

где μ – динамическая вязкость – параметр, не зависящий от скорости деформации и являющийся функцией температуры и состава (и давления для газов). Также существует понятие кинематического коэффициента вязкости, определяемого как

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \tag{3.2}$$

Среды, для которых справедлива формула Ньютона (3.1), называются ньютоновскими, или вязкими средами. τ – касательное (внутреннее) напряжение, или напряжение сдвига. Касательные являются компонентами тензора напряжений и содержатся во втором слагаемом правой части его разложения (2.4).

Реологическими уравнениями называют уравнения, связывающие тензор напряжений и тензор скоростей деформаций; т. о., $\frac{\partial w_z}{\partial y}$ является одной из компонент *тензора деформаций* (2.5).

Графики, соответствующие реологическим уравнениям, называются *реологическими кривыми*, выражающими связь между напряжением сдвига и скоростью сдвига.

Модуль *силы внутреннего трения* F вычисляется как

$$F = \mu \left| \frac{\partial w_z}{\partial y} \right| S. \tag{3.3}$$

Сила внутреннего трения тем больше, чем больше рассматриваемая площадь поверхности слоя S, и зависит от того, насколько быстро меняется скорость течения жидкости при переходе от слоя к слою.

Величина $\frac{\partial w_z}{\partial y}$ показывает, как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении, перпендикулярном направлению движения слоев, и соответствует *градиенту скорости* в соответствующем направлении. $\frac{\partial w_z}{\partial y}$ принято называть *скоростью сдвига*. Ее можно рассматривать как темп изменения скорости с расстоянием между движущимися слоями. В общем пространственном случае течения неньютоновской жидкости вместо градиента скорости принято записывать *скорость деформации* $\dot{\gamma}$:

$$\frac{\partial w_z}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) = \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \dot{\gamma}. \tag{3.4}$$

К ньютоновским жидкостям относятся пресная и морская вода, дизельное топливо, минеральные и синтетические масла, т. е. те жидкости, которые используются в качестве основы большинства буровых растворов. В этих жидкостях напряжение сдвига прямо пропорционально скорости сдвига, как показано на рис. 3.2. Точки лежат на прямой, которая проходит через начало прямоугольной системы координат (0, 0). Вязкость ньютоновской жидкости – это угол наклона данной прямой.

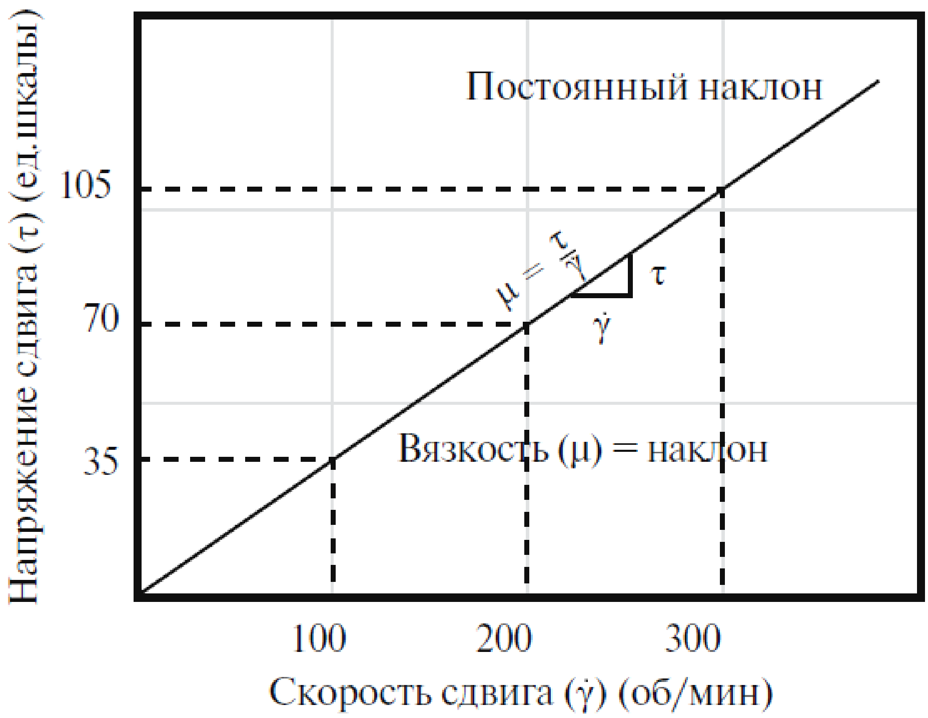

Рис. 3.2. Реологическая кривая для ньютоновской среды

Если угол наклона реологической кривой обозначить α, то динамическая вязкость

$$\mu = tg(\alpha) = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}. \tag{3.5}$$

Для измерения вязкости рассмотрим длинный вращающийся цилиндр внутри неподвижного цилиндра, как показано на рис. 3.3. Согласно закону Ньютона (3.1)

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial r} = \mu \frac{R\omega}{h}. \tag{3.6}$$

Известно, что момент представляет собой произведение силы на плечо, тогда крутящий момент можно связать с напряжением сдвига следующим образом:

$$M = \tau SR = \tau(2\pi RL)R = 2\pi\mu \frac{R^3 L\omega}{h}, \tag{3.7}$$

где L – длина цилиндра.

Таким образом, из уравнений (3.6) и (3.7) определяется коэффициент μ. Приборы для измерения вязкости называются *вискозиметрами*.

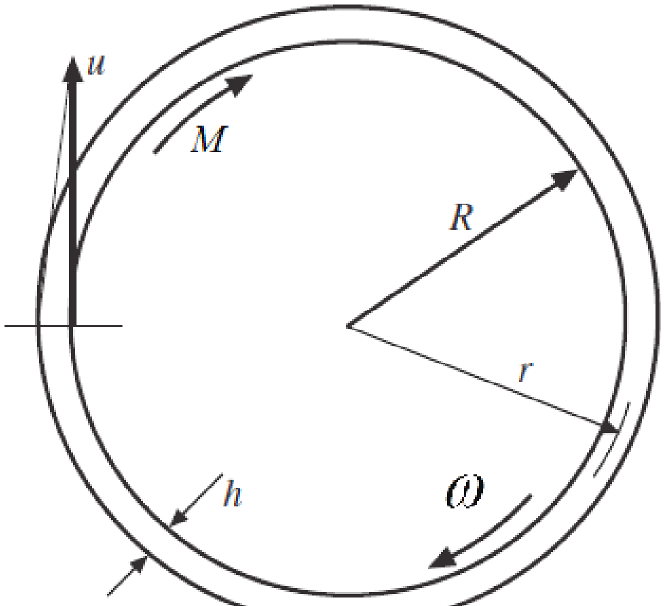

Рис. 3.3. Движение вращающегося цилиндра внутри неподвижного цилиндра: u – скорость на ободе цилиндра; ω – угловая скорость цилиндра (скорость вращения); h – расстояние между стенками; M – момент

Идеальной жидкостью (газом) называется изотропная сплошная среда, в которой отсутствуют касательные напряжения, то есть $\tau_{ij}(i \neq j) = 0$. При этом нормальные напряжения являются сжимающими и их величина зависит только от точки сплошной среды и не зависит от направления. В модели идеальной среды пренебрегают вязкими эффектами.

3.2. ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИЕ ЖИДКОСТИ (ТЕЛА ШВЕДОВА)

Вязкопластические жидкости (ВПЖ, тела Шведова) – неньютоновские жидкости, имеющие предел текучести (начальное напряжение сдвига $\tau_0 \neq 0$), имеющие в своем составе высокомолекулярные соединения и характеризующиеся уменьшением наблюдаемой (*локальной, кажущейся, эффективной*) вязкости с возрастанием скорости деформации.

Для вязкопластических жидкостей характерно наличие начального нелинейного участка зависимости $\tau = f\left(\partial\dot{\gamma}/\partial t\right)$ с последующим спрямлением зависимости. При наличии ярко выраженного линейного участка зависимости напряжения сдвига от скорости деформации уравнение течения имеет вид

$$\tau = \tau_{д} + \eta\dot{\gamma}, \tag{3.8}$$

где $\tau_{д}$ – динамическое напряжение сдвига; η – пластическая вязкость. К вязкопластическим жидкостям относятся глинистые растворы, цементные растворы с добавками, торфяная масса и т. п.

Характерной чертой поведения ВПЖ является наличие предела упругости (начального напряжения сдвига), после превышения которого структура жидкости разрушается. Нелинейный, математически не описываемый участок зависимости можно объяснить расплетением и выравниванием длинных молекул (например, карбоксиметилцеллюлозы, природных полимеров бентонита, желатины и др.) вдоль линий тока. Диссипация энергии при этом уменьшается.

По достижении некоторого критического значения скорости деформации зависимость $\tau = f\left(\partial\dot{\gamma}/\partial t\right)$ становится линейной, т. е. поведение ВПЖ в дальнейшем похоже на поведение ньютоновской жидкости с предельным значением коэффициента вязкости η. Экстраполяция линейного участка зависимости до пересечения с осью ординат отсекает на ней отрезок $\tau_{д}$, характеризующий так называемое динамическое напряжение сдвига, величину которого непосредственно экспериментально определить невозможно. В отличие от динамического коэффициента вязкости, коэффициент пластической (структурной) вязкости η у большинства веществ константой не является.

Для определения вязкости неньютоновской жидкости при определенной скорости сдвига используется «эффективная вязкость». Эффективная вязкость неньютоновской жидкости зависит от скорости сдвига и для каждого значения определяется как тангенс угла наклона прямой, проведенной из начала координат к соответствующей точке кривой (рис. 3.4):

$$\mu_{эф} = tg(\alpha), \eta = tg(\beta). \tag{3.9}$$

Большинство неньютоновских жидкостей разжижаются при сдвиге, их эффективная вязкость снижается при увеличении скорости сдвига.

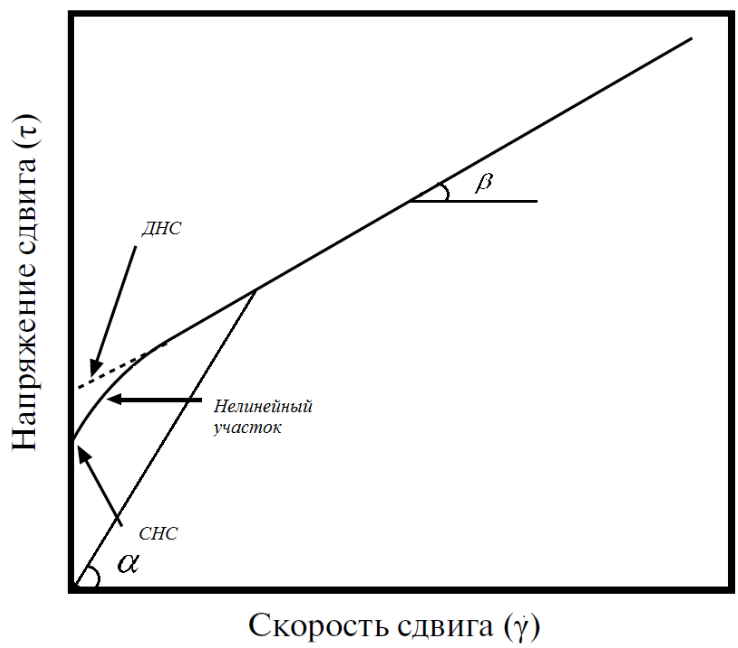

Рис. 3.4. Реологическая кривая для ВПЖ

3.3. БИНГАМОВСКИЕ ЖИДКОСТИ

Бингамовские жидкости (Бингама тела) – неньютоновские жидкости, имеющие предел текучести (начальное напряжение сдвига $\tau_0 \neq 0$) и характеризующиеся линейной зависимостью $\tau = f\left(\partial\dot{\gamma}/\partial t\right)$. Бингамовским жидкостям свойственно сохранение структуры (неподвижность) вплоть до достижения напряжения, равного начальному напряжению сдвига.

Под действием напряжений, превышающих предел текучести, структура резко разрушается и жидкость течет до некоторой степени подобно ньютоновской жидкости. Такое поведение тел Бингама можно объяснить тем, что их структурными элементами являются твердые частицы различной формы и им не нужно выстраиваться вдоль линий тока (строго говоря, бывают частицы, похожие на спички, иглы, спицы, и им будет естественно выстраиваться вдоль линий тока; диссипация энергии при этом уменьшится, жидкость станет анизотропной и на кривой течения может проявиться начальный нелинейный участок). С увеличением скорости деформации наблюдаемая (эффективная, локальная, кажущаяся, действующая) вязкость тел Бингама уменьшается. Примеры бингамовских жидкостей: буровые растворы, шламы, масляные краски, зубные пасты, сточные грязи и т. п. Реологическая кривая имеет вид, подобный кривой для ВПЖ, но с отсутствием нелинейного участка. Так как буровой раствор часто описывают моделью бингамовской жидкости, то рассмотрим реологическую кривую, построенную на основании измерений, произведенных двухскоростным вискозиметром (рис. 3.5).

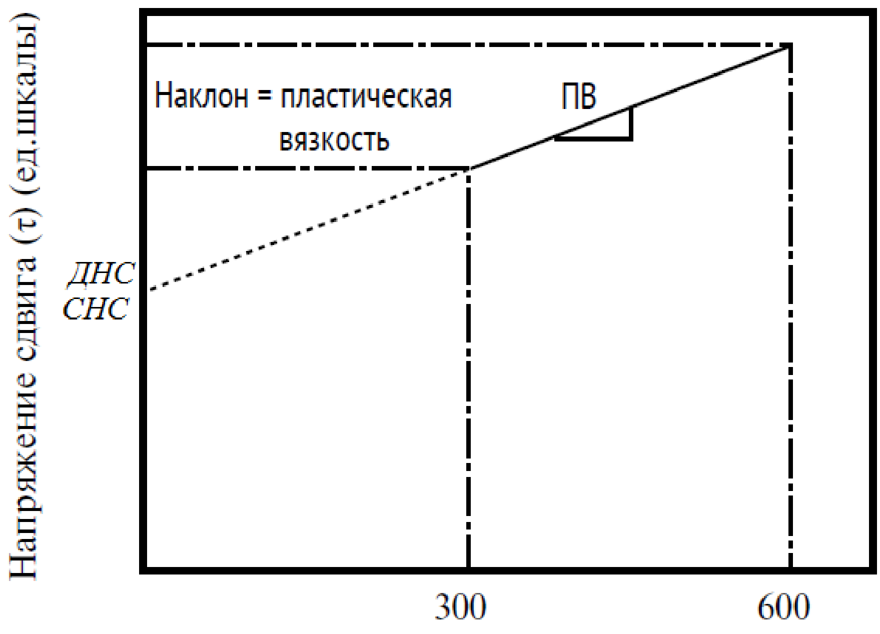

Рис. 3.5. Реологическая кривая для бингамовской жидкости

Следует отметить, что при работе с моделью Бингама начальные СНС и ДНС будут равны, т. е. $\tau_0 = \tau_д$. Поэтому для модели данного типа начальное напряжение сдвига называют динамическим напряжением сдвига, или напряжением сдвига при нулевой скорости сдвига. Особенности состава и строения тел Шведова и тел Бингама являются причиной их поведения при деформировании, существенно отличающегося от поведения ньютоновских жидкостей и некоторых неньютоновских. К особенностям их состава относятся присутствие высокомолекулярных соединений (тела Шведова) и твердых частиц (тела Бингама). Особенностью строения является взаимодействие высокомолекулярных соединений и твердых частиц друг с другом и с молекулами растворителя, следствием которого является образование пространственной структуры, более или менее жесткой. При попытке деформирования тела Шведова и тела Бингама сопротивляются сдвигу до преодоления предела упругости. После разрушения структуры деформирование тел Бингама происходит по линейному закону, а у тел Шведова вначале наблюдается нелинейный участок выравнивания длинных молекул полимера вдоль линий тока, после чего деформация также происходит по линейному закону. Другими словами, уравнения течения тел Шведова и тел Бингама при скоростях деформации в технологических процессах имеют одинаковый линейный вид.

Нелишне отметить, что при анализе течения интерес представляют не деформации (которые очень велики), а скорости деформации, т. е. скорости течения. Скорость деформации пропорциональна действующим напряжениям, а деформация увеличивается пропорционально времени и сохраняется после устранения напряжений.

Особенности состава и строения тел Шведова и Бингама приводят к особенностям их течения. В области структурного течения (т. е. при частичном сохранении первичной структуры) в центре потока наблюдаются ядро потока, движущееся как твердое тело, и периферийная область, где скорости частиц жидкости уменьшаются от скорости движения ядра потока до нуля на стенке (рис. 3.6). Соотношение размеров ядра потока и периферийной области и характер изменения скоростей частиц в ней как раз и определяются законами течения тел Шведова и Бингама.

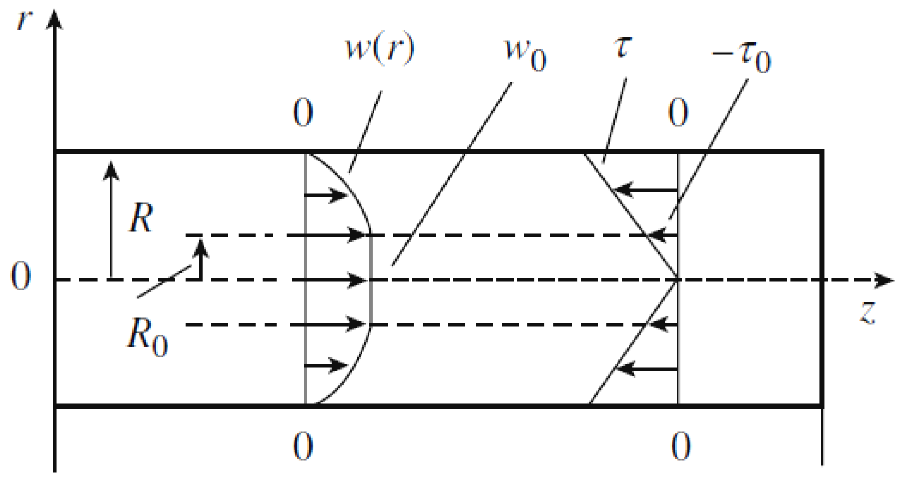

Рис. 3.6. Течение неньютоновской жидкости в трубе
при образовании ядра потока

Модель Бингама достаточно хорошо описывает реальные буровые жидкости. При необходимости повышения точности модели можно также пользоваться степенными реологическими законами, которые позволяют учесть нелинейное поведение среды.

3.4. СТЕПЕННЫЕ МОДЕЛИ

Модель степенного закона сложнее, чем бингамовская модель вязкопластической жидкости, в том смысле, что она не принимает линейное соотношение между напряжением и скоростью сдвига, как показано на рис. 3.7.

Реологическое уравнение степенного закона записывается так:

$$\tau = K\dot{\gamma}^{n}, \tag{3.10}$$

где K – коэффициент консистенции; n – показатель степенной зависимости (показатель нелинейности). Значение показателя n указывает на степень неньютоновского поведения жидкости в данном диапазоне скоростей сдвига. Чем меньше n, тем больше истончается жидкость под воздействием сдвига в данном диапазоне скоростей сдвига и тем менее нелинейным является график зависимости напряжения сдвига от скорости сдвига, как показано на рис. 3.8.

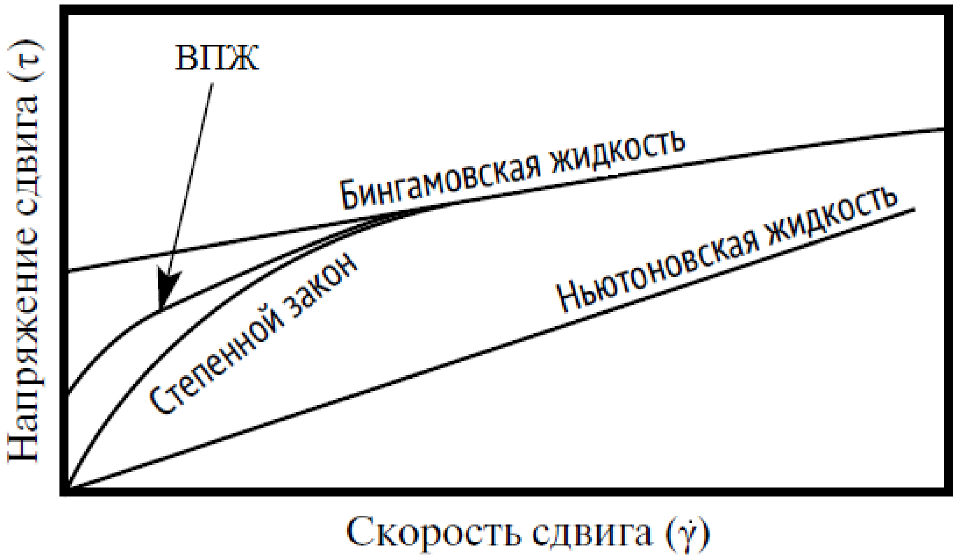

Рис. 3.7. Сравнение степенной модели с ВПЖ и бингамовской

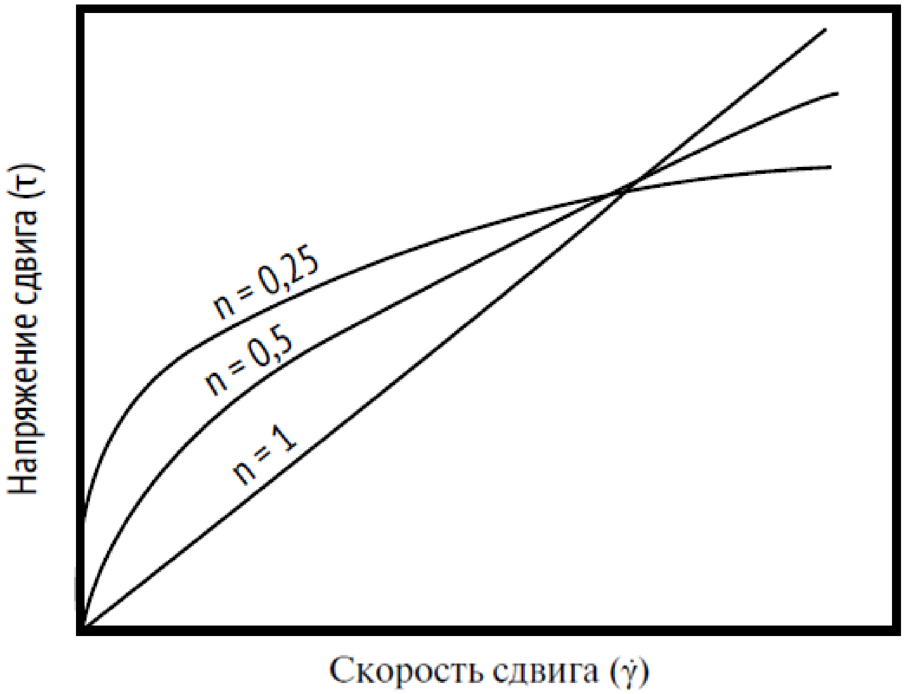

Рис. 3.8. Влияние показателя степенной зависимости на вид реологической кривой

В зависимости от значения n можно выделить три различных типа реологического поведения жидкости:

1) $n<1$: жидкость «разжижается» при сдвиге (*псевдопластические* жидкости), неньютоновская;

2) $n=1$: жидкость ньютоновская $\Rightarrow K=\mu$;

3) $n > 1$: так называемая *дилатантная* жидкость; загустевает при сдвиге.

На рис. 3.9 изображены реологические кривые, соответствующие различным классификациям жидкостей, поведение которых можно описать при помощи степенного закона.

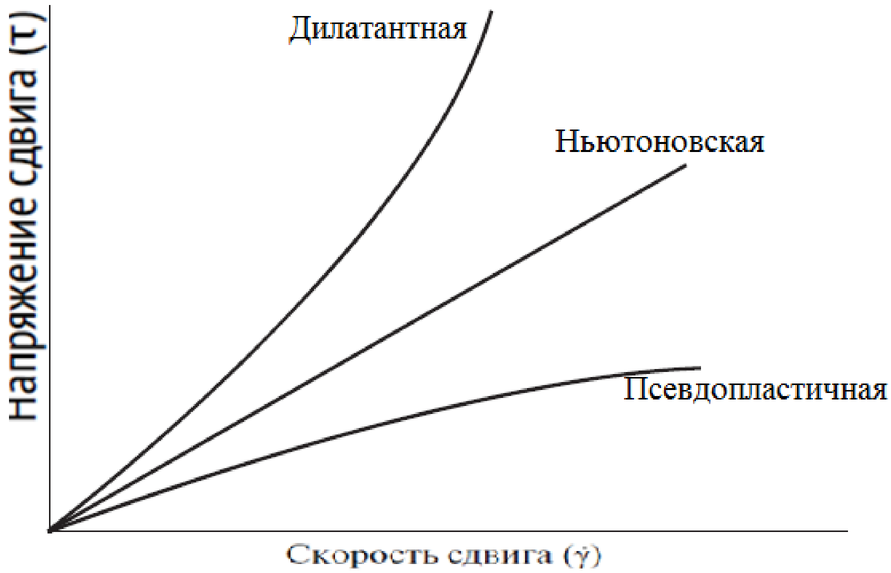

Рис. 3.9. Реологические кривые, соответствующие различным классификациям жидкостей

Воздействие n на реологический профиль и профиль скорости очень важно для разжижающихся при сдвиге неньютоновских жидкостей. По мере того, как профиль скорости становится более плоским (рис. 3.10), скорость жидкости будет выше на большей площади кольцевого пространства, что значительно повышает качество очистки ствола скважины. Это одна из причин, по которой растворы с низким значением n обеспечивают такое высокое качество очистки ствола скважины.

Степенная модель имеет преимущества в учете нелинейных составляющих, но она недостаточно хорошо передает реологические свойства буровых растворов при низких скоростях сдвига, прежде всего потому, что не предсказывает существование характерного для буровых растворов предела текучести. Для учета напряжения, необходимого для инициации движения жидкости (предела текучести), можно использовать модифицированный степенной закон, или модель Гершеля – Балкли. Математически модель Гершеля – Балкли записывается следующим образом:

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n. \tag{3.11}$$

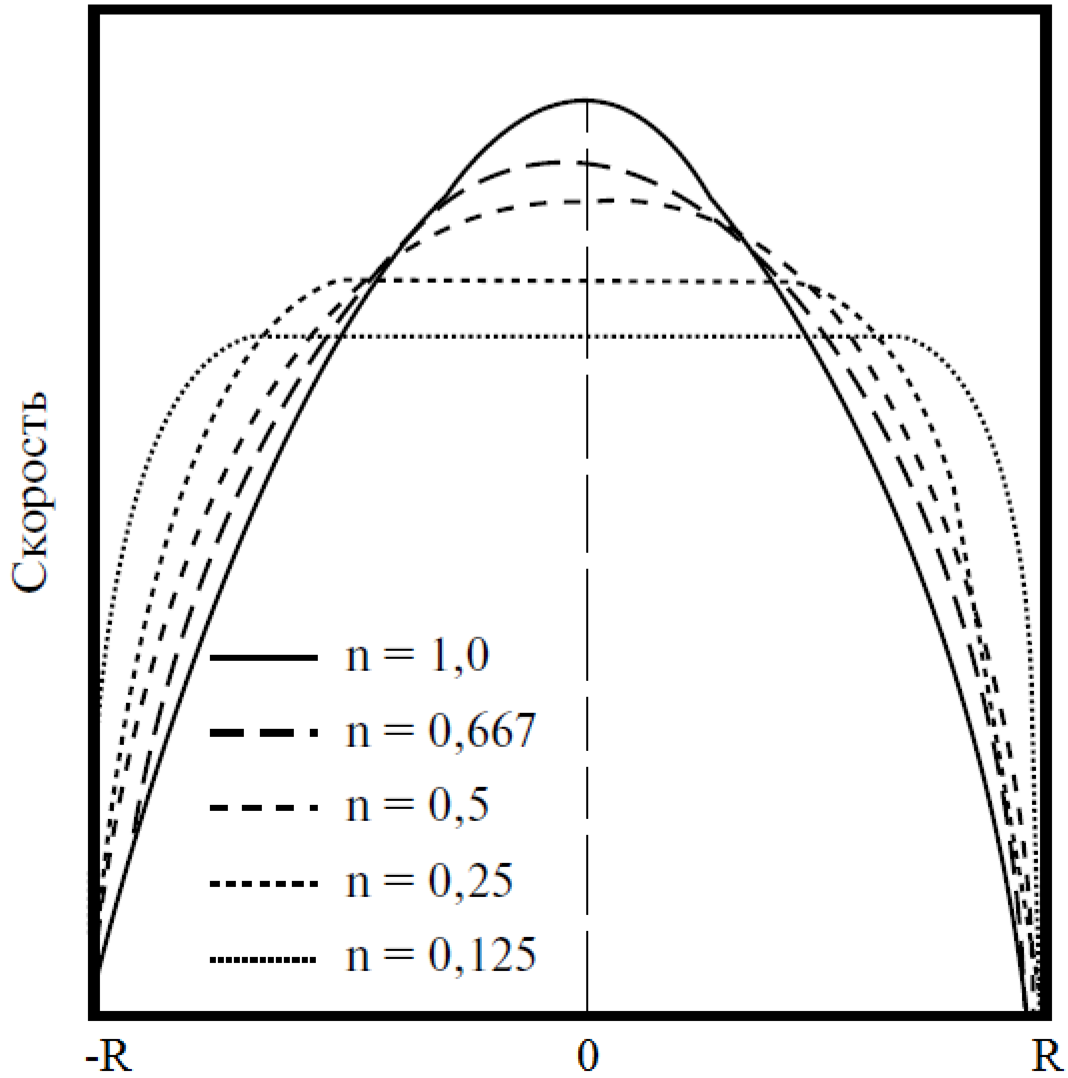

Рис. 3.10. Зависимость профиля скорости от показателя степени в канале круглого сечения

Сравнение моделей представлено на рис. 3.11. Модифицированный степенной закон находится между моделью Бингама (вверху) и степенным законом (внизу). Модифицированный степенной закон является более сложной моделью, чем модель Бингама или степенной закон. Однако он точнее отражает истинные реологические свойства большинства буровых растворов.

Рис. 3.11. Сравнение реологических кривых для бингамовской, степенной и Гершеля – Балкли моделей

Важное замечание: для всех реологических моделей, рассмотренных в данной теме, знак, стоящий перед коэффициентом вязкости, – либо «+», либо «-». В части современной литературы знак минус подразумевается. В зависимости от сущности задачи и метода ее решения он либо учитывается, либо нет. Таким образом, знак «минус» обусловлен отрицательным значением градиента скорости, т. е. количество движения (импульс) передается от слоев жидкости, движущихся с большей скоростью, к слоям жидкости, движущимся с меньшей скоростью:

$$\dot{\gamma} > 0 \Rightarrow "+", \quad \dot{\gamma} < 0 \Rightarrow "-". \qquad (3.12)$$

Контрольные вопросы и задания

1. Что изучает реология как наука?
2. Что такое вязкость?
3. Какую реологическую классификацию сред вы знаете?
4. Перечислите известные вас реологические модели.
5. Зависимость каких физических величин отражают реологические кривые?

6. Запишите реологические уравнения для разных моделей и изобразите кривые, им соответствующие.

7. Приведите примеры реальных жидкостей для различных реологических моделей.

8. Тела Шведова и Бингама. В чем их сходства и различия?

9. Что такое ядро потока?

10. В чем состоит преимущество степенных моделей?

4. ГИДРОСТАТИКА

Одной из основных теоретических задач гидростатики является вопрос о характере распределения давления в объеме жидкости, которая в самом общем случае может находиться в *абсолютном* или *относительном* покое. В гидростатике рассматриваются законы равновесия жидкости (газа).

Если жидкость (газ) находится в состоянии покоя относительно стенок сосуда, в котором она заключена, а сосуд покоится или движется с постоянной скоростью относительно Земли, то покой называется *абсолютным*. Если жидкость покоится относительно стенок сосуда, а сосуд движется относительно Земли с ускорением, то покой называется *относительным*. Движение жидкости в случае относительного покоя можно рассматривать как *переносное*. Из приведенных определений следует, что в случае абсолютного покоя на жидкость действует сила тяжести, а в случае относительного покоя – сила тяжести и сила инерции переносного движения.

4.1. РАВНОВЕСИЕ ЖИДКОСТИ В ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Уравнение Эйлера в гидростатике выглядит так:

$$\rho\vec{F} = \nabla p. \tag{4.1}$$

В проекциях на координатные оси:

$$\rho F_i = \frac{\partial p}{\partial x_i}. \tag{4.2}$$

Поле силы тяжести – потенциальное силовое поле. Рассмотрим равновесие однородной несжимаемой жидкости в поле силы тяжести:

$$\begin{aligned} &F = -\nabla \Pi; \\ &\Pi = -gz; \\ &F_x = F_y = 0; \\ &F_z = -g. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Градиент давления, стоящий в правой части (4.2), равен:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0;$$
$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0; \qquad (4.4)$$
$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g.$$

В соответствии с полученными уравнениями давление во всех направлениях в каждой точке горизонтальных уровней (плоскости *XY*) одинаково и зависит только от положения точки по вертикали, т. е. от глубины погружения точки z. Другими словами, во всех точках поверхности раздела фаз (например жидкой и газообразной) давление постоянно, т. е. $p = const$. Обычно такие поверхности, вдоль которых давление постоянно, называются *поверхностями уровня,* или *изобарами.* Необходимо помнить, что данные положения справедливы только для абсолютного покоя.

Проинтегрировав последнее равенство из (4.4), получим

$$dp = -\rho g dz \Rightarrow p = -\rho g z + C, C = const. \qquad (4.5)$$

Данное соотношение справедливо для любой точки в объеме жидкости.

Уравнение изобары в рассматриваемом случае имеет вид

$$dz = 0 \text{ или } z = const. \qquad (4.6)$$

Таким образом, при равновесии жидкости, находящейся в поле силы тяжести, изобара представляет собой горизонтальную плоскость.

Определим константу C, из (4.5) для этого зададим граничные условия в соответствии с рис. 4.1:

$$p = p_0, \text{при } z = z_0.$$

Тогда, используя (4.5), получим:

$$p = -\rho g z + C; \qquad (4.7)$$

$$p_0 = -\rho g z_0 + C. \qquad (4.8)$$

Вычитая из (4.7) (4.8), обозначив $z_0 - z = h$, имеем:

$$p = p_0 + \rho g h. \tag{4.9}$$

Полученное выражение носит название *основного уравнения гидростатики*.

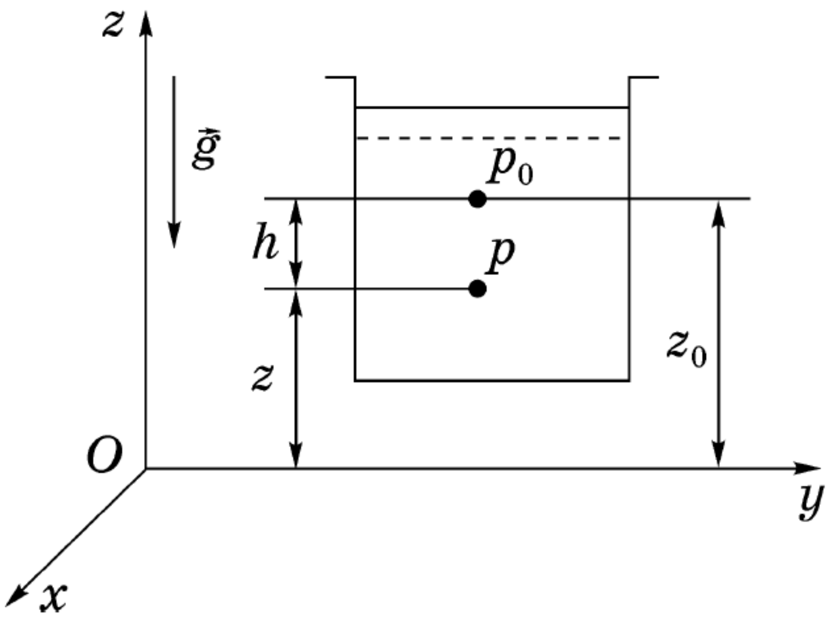

Рис. 4.1. Равновесие жидкости в поле силы тяжести

Давление в любой точке покоящейся жидкости складывается из давления на поверхности жидкости p_0 и силы тяжести столба жидкости с основанием, равным единице, и высотой, равной глубине погружения точки в жидкость $\rho g h$. Величина $\rho g h$ может быть названа *весовым* давлением, или избыточным давлением жидкости.

Для всех точек объема жидкости, расположенных на одной глубине h, величина $\rho g h = const$ и зависит только от плотности жидкости. Это давление на глубине h изменяется соответственно изменению внешнего давления (это составляет *закон Паскаля*).

Рассмотрим влияние веса жидкости на распределение давления внутри покоящейся несжимаемой жидкости.

При равновесии жидкости давление по горизонтали всегда одинаково, иначе не было бы равновесия. Поэтому свободная поверхность покоящейся жидкости всегда горизонтальна вдали от стенок сосуда. Если жидкость несжимаема, то ее плотность не зависит от давления.

Тогда при поперечном сечении S столба жидкости, его высоте h и плотности ρ вес P равен

$$P = mg. \tag{4.10}$$

Следовательно, давление на нижнее основание

$$p = \frac{P}{S} = \rho \frac{gSh}{S} = \rho gh. \tag{4.11}$$

Давление ρgh называется гидростатическим давлением.

Из формулы (4.11) следует, что сила давления жидкости на дно сосуда с площадью основания S не зависит от его формы. Данный результат обычно называется *парадоксом Паскаля* (рис. 4.2).

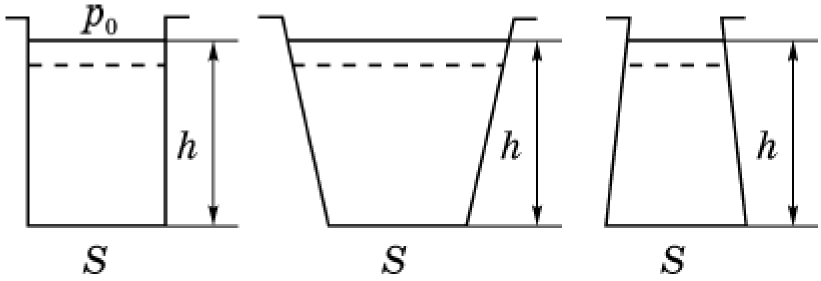

Рис. 4.2. Иллюстрация парадокса Паскаля

Сила давления на нижние слои жидкости будет больше, чем на верхние, поэтому на тело, погруженное в жидкость, действует сила, определяемая *законом Архимеда*: на тело, погруженное в жидкость (газ), действует со стороны этой жидкости направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (газа):

$$F_А = \rho_ж gV. \tag{4.12}$$

Выведем *закон сохранения энергии* в гидростатике. Вернемся к последнему выражению из (4.4):

$$dp = -\rho gdz \Rightarrow dp + \rho gdz = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p}{\rho g} + z = const. \tag{4.13}$$

В таком виде основной закон гидростатики представляет собой частный случай выражения основного *закона сохранения энергии* *(сумма потенциальной и кинетической энергии постоянна):* т. к. жидкость неподвижна, то ее кинетическая энергия равна нулю и, следовательно, потенциальная энергия жидкости в каждой точке неподвижного объема является величиной постоянной и ее значение определяется только положением точки по вертикали. Первый член уравнения определяет потенциальную энергию гидростатического давления в каждой точке объема жидкости, а второй член – потенциальную энергию положения данной точки. Необходимо помнить, что в данной интерпретации величина энергии представляется ее удельным значением, отнесенным к единице силы тяжести, и выражается в системе СИ в метрах столба жидкости [5].

Пример. Переведите $230\ кПа$ в мм рт. столба и мм в. столба.

Решение. Гидростатическое давление $p = \rho g h$, следовательно,

$$h = \frac{p}{\rho g}.$$

Для ртути: $h = \frac{230000}{13600 \cdot 9,81} \approx 1.723 м = 1723 мм\ рт.\ ст.$ Для воды задача решается аналогично.

4.2. МАНОМЕТРЫ. ПРИНЦИП СООБЩАЮЩИХСЯ СОСУДОВ

Рассмотрим U-образный манометр, изображенный на рис. 4.3. В манометре находятся вода и ртуть. Рассмотрим давление в двух точках:

$$p_2 = p_3. \tag{4.14}$$

Данное равенство можно расширить согласно основному закону гидростатики (4.9):

$$p_1 + \gamma_в h = p_4 + \gamma_{рт} H. \tag{4.15}$$

Вычислим избыточное давление в точке 1. Заметим, что точка 4 находятся на поверхности атмосферного давления, следовательно, $p_4 = 0,$ тогда

$$p_1 = \gamma_{рт} H - \gamma_в h. \tag{4.16}$$

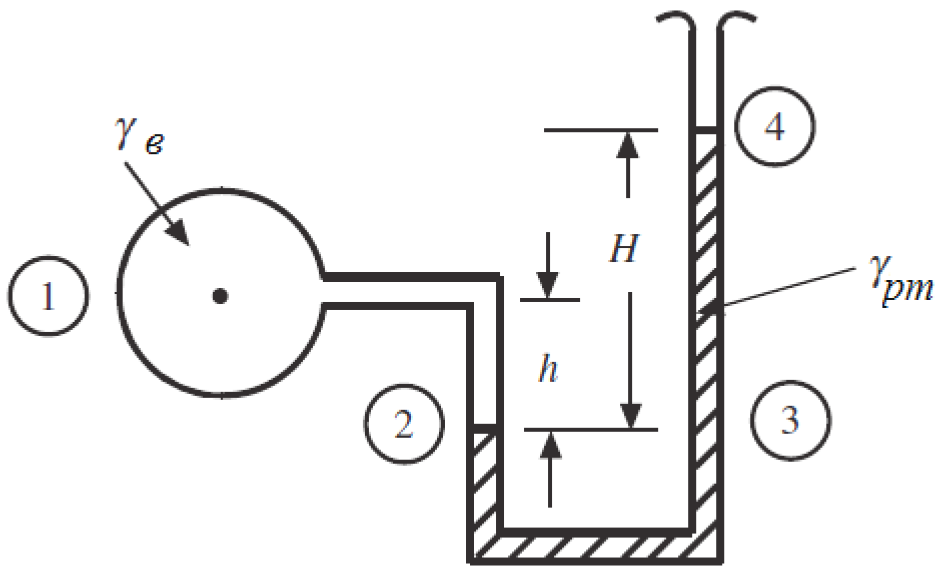

Рис. 4.3. U-образная манометрическая трубка с водой и ртутью

Технические манометры бывают различных типов, здесь рассмотрен самый простой случай использования U-образной манометрическая трубки.

Пример. Манометр подключен к нефтепроводу 6 и водопроводу 1 (рис. 4.4). Определить разницу давлений между трубопроводами с использованием показаний манометра. Удельная плотность для нефти $S_н = 0.86$, для ртути $S_{рт} = 13.6$

Решение. Составим равенство давлений в точках 2 и 3 $p_2 = p_3$:

$$p_1 + \gamma_в \cdot 0.04 = p_4 + \gamma_{рт} 0.08.$$

Так как удельная плотность воздуха мала по сравнению с удельной плотностью нефти и воды, то можно положить $p_4 = p_5$:

$$p_4 = p_6 - \gamma_н 0.06,$$

тогда

$$p_1 + \gamma_в \cdot 0.04 = p_6 - \gamma_н 0.06 + \gamma_{рт} 0.08.$$

Отсюда разница давлений в водопроводе и нефтепроводе

$$p_1 - p_6 = -\gamma_н 0.06 + \gamma_{рт} 0.08 - \gamma_в \cdot 0.04.$$

Используя исходные данные задачи, получим $\Delta p = 9760\ Па$.

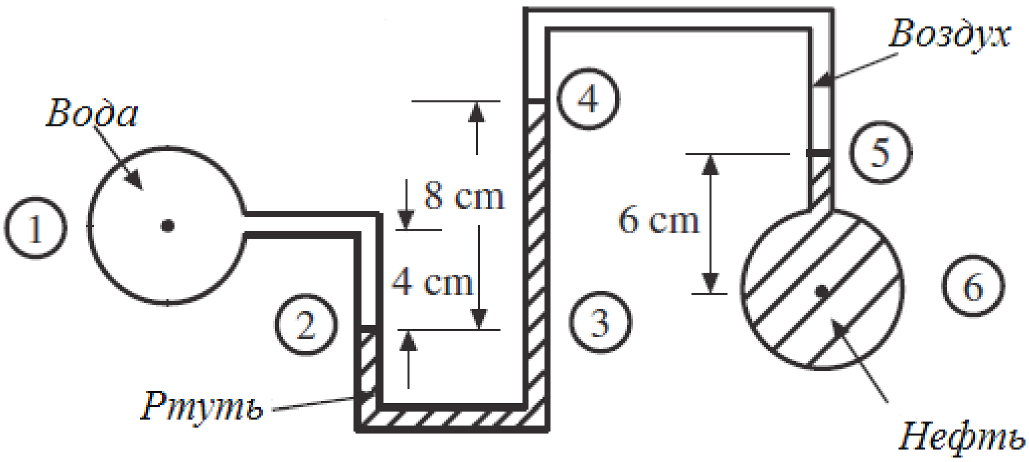

Рис. 4.4. Иллюстрация к примеру

Контрольные вопросы и задания

1. Расскажите о таких видах движения, как относительное, переносное и абсолютное.

2. Что такое изобара?

3. В чем заключаются закон Паскаля и парадокс?

4. Объясните алгоритм, по которому Архимед смог определить наличие примесей в золотой короне (вспомните известную легенду).

5. Запишите и разъясните основное уравнение гидростатики.

6. В чем заключается принцип сообщающихся сосудов?

5. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

5.1. ЛИНИИ ТОКА

Движение жидкостей называется *течением*. Совокупность частиц движущейся жидкости – *потоком*. Графически движение жидкостей изображается с помощью *линий тока*, которые проводятся так, что касательные к ним совпадают по направлению с вектором скорости жидкости в соответствующих точках пространства (рис. 5.1).

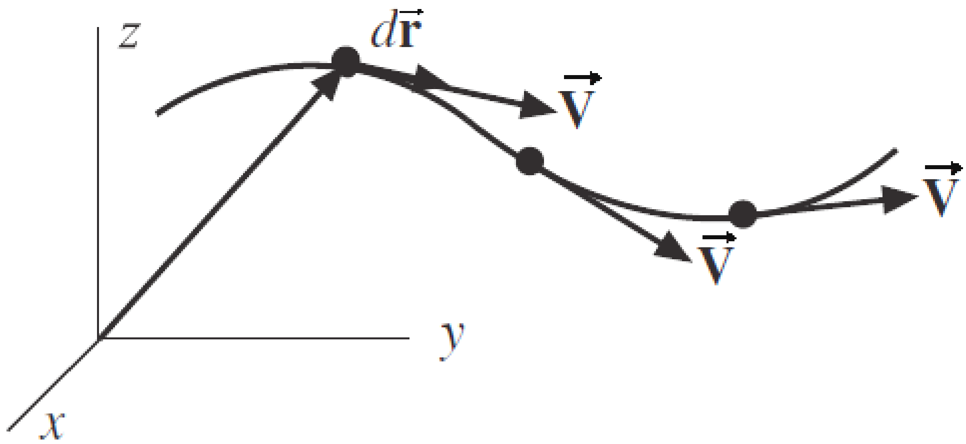

Рис. 5.1. Линии тока и направление вектора скорости

Линии тока проводятся так, чтобы густота их, характеризуемая отношением числа линий к площади перпендикулярной им площадки, через которую они проходят, была больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее. По картине линий тока можно судить о направлении и модуле скорости в разных точках пространства, т. е. можно определить состояние движения жидкости. Линии тока в жидкости можно «проявить», например, подмешав в нее какие-нибудь заметные взвешенные частицы.

Элементарной струйкой называется струйка, боковая поверхность которой образована линиями тока, проходящими через точки очень малого (в пределе – бесконечно малого) замкнутого контура. Струйка оказывается изолированной от окружающей ее массы жидкости и имеет малую площадь поперечного сечения ΔS (в пределе – dS), которая может меняться по длине. Длина этой струйки не ограничена. Боковая поверхность струйки непроницаема для жидкости, т. е. ее можно представить в виде *трубки*, внутри которой течет жидкость.

Часть жидкости, ограниченную линиями тока, называют *трубкой тока*. Течение жидкости называется *установившимся* (или *стационарным*), если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются [6, 7].

5.2. УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ

Установившееся движение жидкости – такое движение, при котором все характеристики движения являются постоянными и не меняются во времени. В гидравлике вводятся некоторые идеальные схемы и модели, заменяющие реальный поток жидкости. Принято считать струйчатую такую структуру течения жидкости, в соответствии с которой поток представляется как совокупность элементарных струек, вплотную прилегающих друг к другу и образующих сплошную массу движущейся жидкости.

Пусть в некотором поперечном сечении элементарной струйки скорость равна v. За время dt частицы жидкости переместятся на расстояние

$$dl = vdt. \tag{5.1}$$

Следующие за ними частицы жидкости заполнят все освобождаемое пространство, и поэтому за указанное время dt через поперечное сечение пройдет объем жидкости

$$dV = dl \cdot ds = v \cdot ds \cdot dt. \tag{5.2}$$

Объем жидкости, протекающей через сечение за единицу времени, называют *объемным расходом* жидкости. Обозначив расход элементарной струйки через dQ, получим для него выражение

$$dQ = v \cdot ds. \tag{5.3}$$

Так как поток жидкости представляют состоящим из элементарных струек, то расход потока жидкости равен алгебраической сумме расходов элементарных струек, составляющих данный поток. При достаточно большом количестве элементарных струек в потоке жидкости от алгебраической суммы переходят к интегралу:

$$Q = \int dQ = \int_S v ds. \qquad (5.4)$$

Скорость жидкости в различных точках поперечного сечения потока, или так называемая местная скорость, очевидно, может быть неодинаковой, поэтому для характеристики движения всего потока вводится *средняя* по всему сечению скорость потока. *Средняя скорость* определяется выражением

$$v_{ср} = \frac{\int_S v ds}{S} = \frac{Q}{S}, \qquad (5.5)$$

из которого следует, что расход потока жидкости равен средней скорости, умноженной на площадь его поперечного сечения:

$$Q = v_{ср} S. \qquad (5.6)$$

Рассмотрим какую-либо трубку тока. Выберем два ее сечения S_1 и S_2, перпендикулярные направлению скорости. За время Δt через сечение S проходит объем жидкости $vS\Delta t$, т. е. за $1\ с$ через S_1 пройдет объем жидкости $v_1 S_1$, где v_1 – скорость течения жидкости в месте сечения S_1. Через сечение S_2 за $1\ с$ пройдет объем жидкости $v_2 S_2$, где v_2 – скорость течения жидкости в месте сечения S_2. Положим, что скорость течения жидкости в сечении постоянна (или равна $v_{ср}$). Тогда для несжимаемой жидкости будет выполняться *закон постоянства расходов*:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = const. \qquad (5.7)$$

Следовательно, произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока.

Очевидна связь между массовым и объемным расходом:

$$Q_м = \rho Q. \qquad (5.8)$$

5.3. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ТЕЧЕНИЙ

Живым сечением потока называют часть поперечного сечения канала (трубы), заполненную жидкостью. Так, в круглой трубе диаметром d живое сечение потока меньше площади круга, если не все сечение трубы заполнено жидкостью. Тогда как для случая, когда все поперечное сечение занято жидкостью, живым сечением потока является площадь круга.

Смоченным периметром называют ту часть периметра живого сечения потока, по которой жидкость соприкасается со стенками канала (трубы).

Смоченный периметр обозначают обычно греческой буквой χ. Если, например, все сечение трубы занято жидкостью (живое сечение $S = \frac{\pi d^2}{4}$), то смоченный периметр равен длине окружности $\chi = \pi d$.

Гидравлическим радиусом называют отношение живого сечения потока к смоченному периметру. В частности, для круглых труб, заполненных жидкостью, гидравлический радиус равен четверти диаметра. Действительно,

$$R = S/\chi = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4}. \tag{5.9}$$

В отопительной и вентиляционной практике широко пользуются понятием «эквивалентный диаметр», который определяют по формуле

$$d_{экв} = 4R = 4S/\chi. \tag{5.10}$$

5.4. РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ

Определение режима течения жидкости является важной частью решения технических задач, так как от вида течения зависит распределение скоростей в сечении, потери давления и другие параметры. Для вязких жидкостей (ньютоновских) существуют два режима течений: ламинарное и турбулентное. При течении неньютоновских жидкостей важную роль играет структурообразование, поэтому обсуждение их течений требует отдельного рассмотрения. Остановимся на ньютоновских жидкостях.

Течение называется ламинарным, если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними, и турбулентным, если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости (газа).

Ламинарное течение жидкости наблюдается при небольших скоростях ее движения. Внешний слой жидкости, примыкающий к поверхности трубы, в которой она течет, из-за сил молекулярного сцепления прилипает к ней и остается неподвижным. Скорости последующих слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности трубы, и наибольшей скоростью обладает слой, движущийся вдоль оси трубы.

При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению (вторичное течение), поэтому они могут переходить из одного слоя в другой. Скорость частиц жидкости быстро возрастает по мере удаления от поверхности трубы, затем изменяется довольно незначительно. Так как частицы жидкости переходят из одного слоя в другой, то их скорости в различных слоях мало отличаются. Из-за большого градиента скоростей у поверхности трубы обычно происходит образование вихрей.

Для определения режима течения используют критерий Рейнольдса. Выделяют три класса течений:

– ламинарный режим $0 < \mathrm{Re} < 2300$;

– переходный режим $2300 < \mathrm{Re} < 10000$;

– турбулентный режим $10000 < \mathrm{Re}$.

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v d_г}{\mu}, \tag{5.11}$$

$d_г$ – гидравлический диаметр.

Стоит заметить, что иногда переходный режим считают уже турбулентным и отдельно его не выделяют. Это связано с тем, что режим уже ламинарным не является и формулы для расчета технологических параметров не подходят.

Также следует обращать внимание на тип жидкости, а также геометрию канала при расчете числа Рейнольдса и использовать советующую формулу для его вычисления.

Примечание. Для неньютоновских сред существует несколько режимов движения, а также критерии по установлению того или иного режима. Данный вопрос в полной мере рассмотрен в книге [4], также в ней представлена задача о движении бурового раствора в затрубном пространстве скважины. Пользоваться формулой (5.11) для неньютоновский сред – некорректно.

5.5. ЗАКОН БЕРНУЛЛИ

Выражение

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const \tag{5.12}$$

называется *уравнением Бернулли*. Оно представляет собой закон сохранение энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости. Оно хорошо выполняется и для реальных жидкостей, внутреннее трение которых не очень велико. Величина p называется *статическим давлением* (давление жидкости на поверхность обтекаемого ею тела). Слагаемое $\frac{\rho v^2}{2}$ – динамическое давление, $\rho g h$ – гидростатическое давление. Уравнение (5.12) записано для трубки тока любой формы. В случае горизонтальной трубки тока уравнение Бернулли можно упростить, так как высота $h_1 = h_2$ постоянна:

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = const\,. \tag{5.13}$$

Левую часть выражения (5.13) называют полным давлением.

Из уравнения Бернулли для горизонтальной трубки тока и уравнения неразрывности следует, что при течении жидкости по горизонтальной трубе, имеющей различные сечения, скорость жидкости больше в местах сужения, а статическое давление больше в более широких местах, т. е. там, где скорость меньше.

Это можно продемонстрировать, установив вдоль трубки ряд манометров. В соответствии с уравнением Бернулли опыт показывает, что в манометрической трубке *B*, прикрепленной к узкой части трубы, уровень жидкости ниже, чем в манометрических трубках *A* и *C*, прикрепленных к широкой части трубы (рис. 5.2).

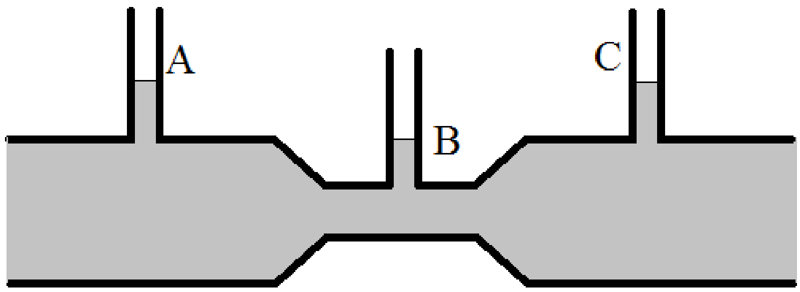

Рис. 5.2. Манометрические трубки в трубе переменного поперечного сечения

Уравнение Бернулли используется для нахождения скорости истечения жидкости через отверстие в стенке или дне сосуда. Рассмотрим цилиндрический сосуд с жидкостью, в боковой стенке которого на некоторой глубине ниже уровня жидкости имеется маленькое отверстие (рис. 5.3).

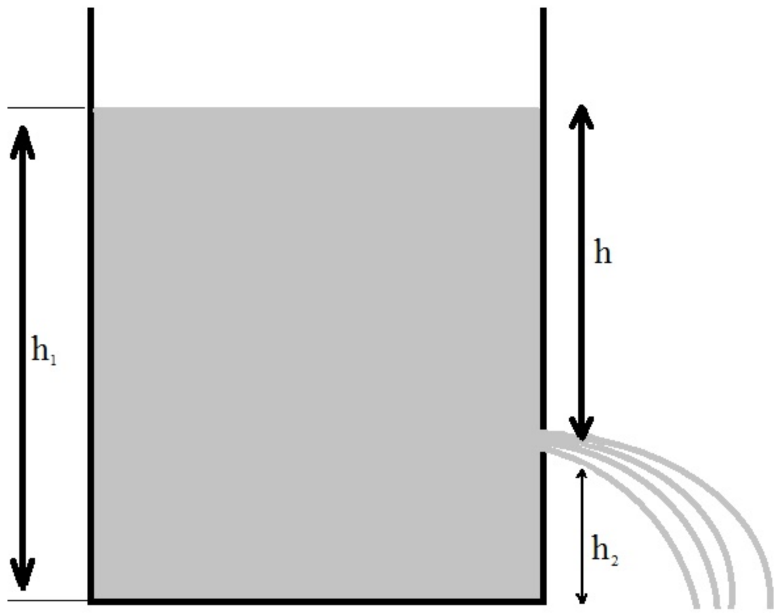

Рис. 5.3. Цилиндрический сосуд с отверстием

Рассмотрим два сечения (на уровне h_1 свободной поверхности жидкости в сосуде и на уровне h_2 выхода ее из отверстия) и напишем уравнение Бернулли:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2. \tag{5.14}$$

Так как давления в жидкости на уровне первого и второго сечений равны атмосферному, то уравнение будет иметь вид

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_{11} = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2. \tag{5.15}$$

Из закона сохранения потока следует, что $\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$; тогда если посчитать скорость жидкости на уровне h_1 намного меньше скорости v_2 и $S_1 >> S_2$, то

$$v_2 = \sqrt{2gh} \tag{5.16}$$

формула Торричелли.

Данный результат можно получить, используя π*-теорему,* с точностью до множителя $\sqrt{2}$.

5.6. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ИСТОЛКОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ

Уравнение Бернулли (5.12) может быть представлено в виде

$$\frac{v^2}{2g} + h + \frac{p}{\rho g} = H = const\,. \tag{5.17}$$

Очевидно, что все слагаемые данного выражения имеют размерность длины. Тогда:

$\frac{p}{\rho g}$ – статический (пьезометрический) напор;

$\frac{v^2}{2g}$ – скоростной (динамический) напор;

h – геометрическая высота (рис. 5.4).

Величину H называют полным напором в данном сечении струйки.

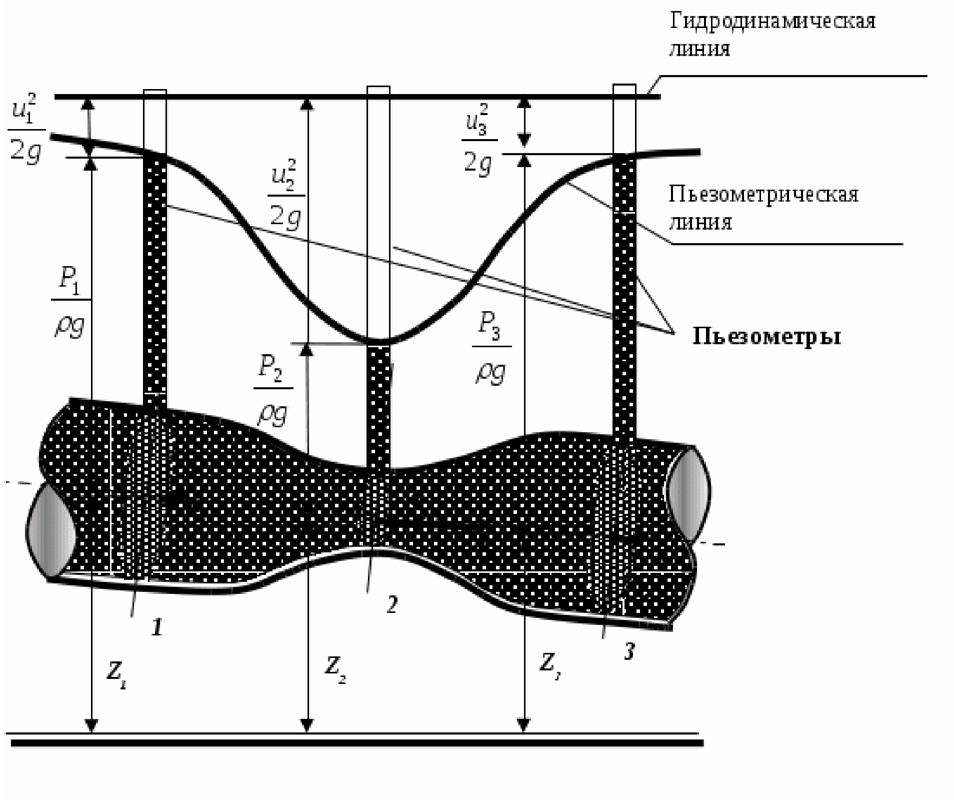

Рис. 5.4. Гидродинамическая и пьезометрическая линии

Для реальной вязкой жидкости используется уравнение Бернулли с учетом вязких эффектов:

$$\frac{v_1^2}{2g} + h_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} + h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \sum h_{потери}. \tag{5.18}$$

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое линии тока?
2. Линии тока и траектория движения частиц – одно ли это и то же?
3. Что значит установившееся движение жидкости?
4. Проведите анализ размерностей уравнения Бернулли в системе СИ.
5. Продемонстрируйте выполнение закона Бернулли в бытовых условиях.
6. Используя π-*теорему*, выведите формулу Торричелли с точностью до множителя.
7. Какие режимы движения ньютоновских жидкостей вы знаете?
8. Как можно определить режим движения вязкой жидкости в трубе?

ВЫВОДЫ

В данном учебном пособии изложены основные свойства жидкостей и газов. Представленные расчетные формулы применимы для решения практических задач. Знание реологической классификация тел позволяет специалистам работать со специализированной научной литературой. Построение реологических кривых является неотъемлемой частью лабораторных испытаний текучих сред.

На примере идеальных и вязких жидкостей показано, как геометрические параметры течений влияют на давление и скорость течения жидкостей. Для гидравлических расчетов технологических объектов рекомендуется использовать специальную техническую литературу, в которой выведены дополнительные члены представленных в данном пособии уравнений. Таким образом, материал данного пособия является введением, а также базой механики жидкостей и газов. Специалист, овладевший данным материалом, может переходить к более сложной технической и физико-математической литературе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении данного издания автор еще раз подчеркивает необходимость знания данного материала для специалистов нефтегазовой отрасли. А также рекомендует не останавливаться на прочитанном материале и перейти к специализированной технической литературе. Важно отметить, что решение типовых задач, представленных в пособии, отрабатывает навык анализа физических процессов. Механика сплошных сред является настолько необходимым и сложным предметом, что на его базе сформировались специальные дисциплины, например численные методы в механике. Высшей реализацией решения систем уравнений, входящих в гидродинамическую теорию, являются успешно используемые во всем мире пакеты конечно-элементных вычислений, например ANSYS.

Практические же задачи рекомендуется выполнять при помощи специализированных математических пакетов или хотя бы электронных таблиц, так как написание программы позволяет решить не конкретную задачу, а целый ряд задач. Для инженерных специальностей имеет пользу изучение символьных пакетов вычислений, например Wolfram Mathematica, Maple или Maxima. При использовании данных пакетов сложные и длительные расчеты смогут стать доступными и легко реализуемыми. А изучение физико-математических дисциплин будет намного проще и интереснее, так как выводы и решения уравнений станут под силу любому человеку, освоившему современные расчетные продукты.

С уважением к читателю,
В.И. Никитин

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Соколов В.А.* Основы теории подобия и анализа размерностей в нефтегазодобыче: Учеб. пособие. – Ухта: УГТУ, 2001.

2. *Цивинский Д.Н.* Словарь-справочник по системам единиц измерений: Учеб. пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2013. – 200 с.

3. *Цивинский Д.Н.* Явления переноса в нефтегазовом деле: Учеб. пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2012. – 405 с.

4. *Цивинский Д.Н.* Расчет динамики течения жидкости и гидравлического сопротивления при проведении спускоподъемных операций в скважине: Учеб. пособие. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2015. – 216 с.

5. *Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д.* Нефтегазовая гидромеханика: Учеб. пособие для вузов. – М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 544 с.

6. *Дроздова Ю.А., Эглит М.Э.* Механика сплошных сред. Теория и задачи: Учеб. пособие. – М.: ЦентрЛитНефтеГаз, 2010. – 288 с.

7. *Ентов В.М., Гливенко Е.В.* Механика сплошной среды и ее применение в газонефтедобыче. Введение в механику сплошной среды: Учеб. пособие. – М.: Недра-Бизнесцентр, 2008. – 204 с.

8. *Leonov E.G., Isaev V.I.* Applied hydroaeromechenics in oil and gas drilling. – Moscow Gubkin State University of Oil and Gas, 2010. – 443 p.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Таблица П1.1

Десятичные приставки

Десятичный множитель	Приставка	Обозначение
10^{12}	тера	*Т*
10^{9}	гига	*Г*
10^{6}	мега	*М*
10^{3}	кило	*к*
10^{-1}	деци	*д*
10^{-2}	санти	*с*
10^{-3}	мили	*м*
10^{-6}	микро	*мк*
10^{-9}	нано	*н*
10^{-12}	пико	*п*

Таблица П1.2

Основные размерности и единицы

Наименование	Символ	Единицы СИ
Длина, l	L	Метр, [*м*]
Масса, m	M	Килограмм, [*кг*]
Время, t	T	Секунда, [*с*]
Температура, T	Θ	Кельвин, [*К*]
Плоский угол	φ	Радиан, [*рад*]

Приложение 2

Производные размерности и единицы

Наименование	Размерность	Единицы СИ
Площадь S	L^2	$м^2$
Объем V	L^3	$м^3$ или $литр, л$
Скорость v	L/T	$м/с$
Ускорение a	L/T^2	$м/с^2$
Угловая скорость ω	T^{-1}	$с^{-1}$
Сила F	ML/T^2	$кг \cdot м/с^2$ или $Н$
Плотность ρ	M/L^3	$кг/м^3$
Удельный вес γ	M/L^2T^2	$Н/м^3$
Частота f	T^{-1}	$с^{-1}$
Давление p	M/LT^2	$Н/м^2$ или $Па$
Напряжение τ	M/LT^2	$Н/м^2$ или $Па$
Поверхностное натяжение σ	M/T^2	$Н/м$
Работа W	ML^2/T^2	$Н \cdot м$ или $Дж$
Энергия E	ML^2/T^2	$Н \cdot м$ или $Дж$
Скорость нагрева $\dot{Q}$	ML^2/T^3	$Дж/с$
Крутящий момент T	ML^2/T^2	$Н \cdot м$
Мощность $\dot{W}$	ML^2/T^3	$Дж/с$ или $Вт$
Массовый расход $\dot{m}$	M/T	$кг/с$
Объемный расход Q	L^3/T	$м^3/с$
Удельная теплоемкость c	$L^2/T^2\Theta$	$Дж/(кг \cdot К)$
Динамическая вязкость μ	M/LT	$Н \cdot с/м^2$
Кинематическая вязкость υ	L^2/T	$м^2/с$

Приложение 3

Таблица П3.1

Коэффициенты перевода единиц

Исходная единица измерения	Коэффициент	Результат, единица измерения
Объем		
Баррель	5.615	Кубический фут (куб. фт, ft^3)
Баррель	0.159	Кубический метр ($м^3$)
Баррель	42	Галлон США (галл.)
Кубический фут (куб. фт, ft^3)	0.0283	Кубический метр ($м^3$)
Кубический фут (куб. фт, ft^3)	7.48	Галлон США (галл.)
Галлон США (галл.)	0.00379	Кубический метр ($м^3$)
Галлон США (галл.)	3.785	Литр (л)
Кубический метр ($м^3$)	6.289	Баррель
Кубический метр ($м^3$)	1000	Литр (л)
Масса или вес		
Фунт	453.6	Грамм (г)
Фунт	0.454	Килограмм (кг)
Килограмм (кг)	2.204	Фунт
Метрическая тонна (т)	1000	Килограмм (кг)
Длина		
Фут	0.3048	Метр (м)
Дюйм	2.54	Сантиметр (см)
Дюйм	25.4	Миллиметр (мм)
Метр (м)	3.281	Фут
Миля	1.609	Километр (км)
Концентрация		
Фунт/баррель	2.853	$кг/м^3$
Кг/кубический метр ($кг/м^3$)	0.3505	Фунт/баррель
Плотность		
Фунт/галлон	119.83	$кг/м^3$ и $г/л$
Кг/кубический метр ($кг/м^3$)	0.008345	Фунт/галлон
Фунт/галлон	0.11983	$г/см^3$, $кг/л$ или уд. вес
Фунт/кубический фут	16.02	$кг/м^3$ и $г/л$
$г/см^3$, $кг/л$ или уд. вес	8.345	Фунт/галлон

Таблица П3.2

Единицы давления

	МПа	**бар**	**мм.рт.ст.**	**Атм**	**кгс/см2**	**PSI**
1 МПа	1	10	7500.7	9,8692	10,197	145,04
1 бар	0,1	1	750,07	0,98692	1,0197	14,504
1мм.рт.ст.	133,32 Па	$1{,}333 \cdot 10^{-3}$	1	$1{,}316 \cdot 10^{-3}$	$1{,}359 \cdot 10^{-3}$	0,01934
1 атм	0,10133	1,0133	760	1	1,0333	14,696
1 кгс/см^2	0,098066	0,98066	735,6	0,96784	1	14,223
1 PSI	6,8946 кПа	0,068946	51,715	0,068045	0, 070307	1

Приложение 4

Таблица 4.1

Свойства воды

Температура $T\,(^\circ C)$	*Плотность* $\rho\,(кг/м^3)$	*Вязкость* $\mu\,(Н \cdot с/м^2)$	*Кинематическая вязкость* $\nu\,(м^2/с)$	*Поверхностное натяжение* $\sigma\,(Н/м)$	*Давление насыщеных паров* $p_v\,(кПа)$	*Объёмный модуль упругости* $B\,(Па)$
0	999.9	1.792×10^{-3}	1.792×10^{-6}	0.0762	0.610	204×10^7
5	1000.0	1.519×10^{-3}	1.519×10^{-6}	0.0754	0.872	206×10^7
10	999.7	1.308×10^{-3}	1.308×10^{-6}	0.0748	1.13	211×10^7
15	999.1	1.140×10^{-3}	1.141×10^{-6}	0.0741	1.60	214×10^7
20	998.2	1.005×10^{-3}	1.007×10^{-6}	0.0736	2.34	220×10^7
30	995.7	0.801×10^{-3}	0.804×10^{-6}	0.0718	4.24	223×10^7
40	992.2	0.656×10^{-3}	0.661×10^{-6}	0.0701	3.38	227×10^7
50	988.1	0.549×10^{-3}	0.556×10^{-6}	0.0682	12.3	230×10^7
60	983.2	0.469×10^{-3}	0.477×10^{-6}	0.0668	19.9	228×10^7
70	977.8	0.406×10^{-3}	0.415×10^{-6}	0.0650	31.2	225×10^7
80	971.8	0.357×10^{-3}	0.367×10^{-6}	0.0630	47.3	221×10^7
90	965.3	0.317×10^{-3}	0.328×10^{-6}	0.0612	70.1	216×10^7
100	958.4	0.284×10^{-3}	0.296×10^{-6}	0.0594	101.3	207×10^7

Таблица 4.2

Свойства воздуха при атмосферном давлении

Температура $T\,(^\circ C)$	*Плотность* $\rho\,(кг/м^3)$	*Вязкость* $\mu\,(Н \cdot с/м^2)$	*Кинематическая вязкость* $\nu\,(м^2/с)$	*Скорость звука* $c\,(м/с)$
–50	1.582	1.46×10^{-5}	0.921×10^{-5}	299
–30	1.452	1.56×10^{-5}	1.08×10^{-5}	312
–20	1.394	1.61×10^{-5}	1.16×10^{-5}	319
–10	1.342	1.67×10^{-5}	1.24×10^{-5}	325
0	1.292	1.72×10^{-5}	1.33×10^{-5}	331
10	1.247	1.76×10^{-5}	1.42×10^{-5}	337
20	1.204	1.81×10^{-5}	1.51×10^{-5}	343
30	1.164	1.86×10^{-5}	1.60×10^{-5}	349
40	1.127	1.91×10^{-5}	1.69×10^{-5}	355
50	1.092	1.95×10^{-5}	1.79×10^{-5}	360
60	1.060	2.00×10^{-5}	1.89×10^{-5}	366
70	1.030	2.05×10^{-5}	1.99×10^{-5}	371
80	1.000	2.09×10^{-5}	2.09×10^{-5}	377
90	0.973	2.13×10^{-5}	2.19×10^{-5}	382
100	0.946	2.17×10^{-5}	2.30×10^{-5}	387
200	0.746	2.57×10^{-5}	3.45×10^{-5}	436
300	0.616	2.93×10^{-5}	4.75×10^{-5}	480

Приложение 5

Свойства атмосферы

Высота ($м$)	*Температура* **(K)**	*Давление* ($кПа$)	*Плотность* ($кг/м^3$)	*Скорость звука* ($м/с$)
0	288.2	101.3	1.225	340
500	284.9	95.43	1.167	338
1000	281.7	89.85	1.112	336
2000	275.2	79.48	1.007	333
4000	262.2	61.64	0.8194	325
6000	249.2	47.21	0.6602	316
8000	236.2	35.65	0.5258	308
10000	223.3	26.49	0.4136	300
12000	216.7	19.40	0.3119	295
14000	216.7	14.17	0.2278	295
16000	216.7	10.35	0.1665	295
18000	216.7	7.563	0.1216	295
20000	216.7	5.528	0.0889	295
30000	226.5	1.196	0.0184	302
40000	250.4	0.287	4.00×10^{-3}	317
50000	270.7	0.0798	1.03×10^{-3}	330
60000	255.8	0.0225	3.06×10^{-4}	321
70000	219.7	0.00551	8.75×10^{-5}	297
80000	180.7	0.00103	2.00×10^{-5}	269

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

НИКИТИН Василий Игоревич

Механика жидкостей и газов

Редактор *Г.В. Загребина*
Компьютерная верстка *И.О. Миняева*
Выпускающий редактор *Н.В. Беганова*

Подписано в печать 30.06.17.
Формат 60х84 1/16. Бумага офсетная.
Усл. п. л. 3,72. Уч.-изд. л. 3,69.
Тираж 100 экз. Рег. № 95/17.

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Главный корпус

Отпечатано в типографии
Самарского государственного технического университета
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Корпус № 8