Компьютерные методы моделирования

Лабораторная работа №3

Составитель асс. каф. БНГС, магистр Никитин В.И.

Написание функций для работы с векторными величинами.

Задание

Переменные ***i,j,k*** – будем применять только для обозначения базисных векторов Декартовой системы координат.

Возьмем два произвольных вектора:

$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$,

$\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$.

Необходимо написать следующие пользовательские функции для работы с векторами и проверить их в общем случае на $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

1) Сумма векторов – vectsum(x,y) , где x,y – два входных параметра,(подразумеваются векторы).
2) Умножение вектора на число vectscmult(x,y), где x- предполагается вектор,y – скалярная величина.
3) Скалярное произведение векторов scmult(x,y), где x,y – два входных параметра,(подразумеваются векторы).
4) Модуль вектора vectabs(x), где x- предполагается вектор
5) Векторное произведение vectmult(x,y), где x,y – два входных параметра,(подразумеваются векторы).

Для реализации данных функций каждый раз необходимо производить операции с определенными компонентами исходных векторов. Для этого предполагается написать функции для извлечения из векторной величины необходимую компоненту.

Пример функции для извлечения из вектора компоненты при первом базисном векторе.

vcompe1(x):=subst([i=1,j=0,k=0],x);

На данном примере показан подход к решению поставленных задач.

Самостоятельно написать vcompe2(x), vcompe3(x), извлекающие 2, 3 компоненты вектора соответственно. Далее необходимо использовать эти функции для написания операций работы с векторами.

Задание

Все функции для работы с векторами проверить на векторах:

$\vec{a} = \{\text{последняя цифра в зачетке, предпоследняя цифра в зачетке, первая цифра в зачетке}\}$

$\vec{b} = \{\text{вторая цифра в зачетке, последняя цифра в зачетке} + 3, \text{предпоследняя цифра в зачетке умножить на } 6\}$

Проверить на написанных функциях выполнение следующих свойств скалярного произведения:

Свойства операции сложения:

1° $\bar{a} + \bar{b} = \bar{b} + \bar{a}$ - коммутативность

2° $(\bar{a} + \bar{b}) + \bar{c} = \bar{a} + (\bar{b} + \bar{c})$ - ассоциативность

3° $\bar{a} + \bar{0} = \bar{a}$

4° $\bar{a} + (-\bar{a}) = \bar{0}$

Свойства умножения вектора на число:

1° $(\alpha \pm \beta)\bar{a} = \alpha\bar{a} \pm \beta\bar{a}$

2° $\alpha(\bar{a} \pm \bar{b}) = \alpha\bar{a} \pm \alpha\bar{b}$

3° $\alpha(\beta\bar{a}) = (\alpha\beta)\bar{a} = \beta(\alpha\bar{a})$

4° $1 \cdot \bar{a} = \bar{a}$

5° $-1 \cdot \bar{a} = -\bar{a}$

6° $0 \cdot \bar{a} = \bar{0}$

Свойства скалярного произведения:

1° $(\bar{a}, \bar{b}) = (\bar{b}, \bar{a})$ - симметричность.

2° $(\bar{a}, \bar{a}) = |\bar{a}|^2$. Обозначается $(\bar{a}, \bar{a}) = \bar{a}^2$ и называется скалярный квадрат.

3° Если $\bar{a} \neq \bar{0}$ и $\bar{b} \neq \bar{0}$ и $(\bar{a}, \bar{b}) = 0$, то $\bar{a} \perp \bar{b}$. Верно и обратное утверждение.

4° $(\bar{a} + \bar{b}, \bar{c}) = (\bar{a}, \bar{c}) + (\bar{b}, \bar{c})$

5° $(\lambda\bar{a}, \bar{b}) = \lambda(\bar{a}, \bar{b})$

6° $(\alpha\bar{a} + \beta\bar{b}, \gamma\bar{c} + \delta\bar{d}) = \alpha\gamma(\bar{a}, \bar{c}) + \alpha\delta(\bar{a}, \bar{d}) + \beta\gamma(\bar{b}, \bar{c}) + \beta\delta(\bar{b}, \bar{d})$

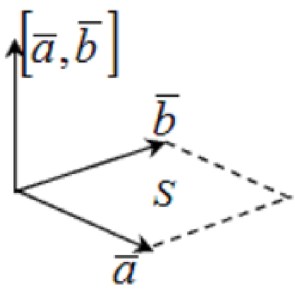
Свойства векторного произведения:

1° $[\bar{a}, \bar{b}] = \bar{0}$, тогда и только тогда, когда $\bar{a} || \bar{b}$

2° $[\bar{a}, \bar{b}] = -[\bar{b}, \bar{a}]$

3° Модуль векторного произведения $|[\bar{a}, \bar{b}]|$ равен площади параллелограмма, построенного на заданных векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$ (рис. 2), т.е.

$$S = |[\bar{a}, \bar{b}]|$$



4° $[\lambda\bar{a}, \bar{b}] = [\bar{a}, \lambda\bar{b}] = \lambda[\bar{a}, \bar{b}]$

5° $[\bar{a}_1 + \bar{a}_2, \bar{b}] = [\bar{a}_1, \bar{b}] + [\bar{a}_2, \bar{b}]$; $[\bar{a}, \bar{b}_1 + \bar{b}_2] = [\bar{a}, \bar{b}_1] + [\bar{a}, \bar{b}_2]$

Определение Смешанным произведением трех векторов $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ называется число, равное скалярному произведению вектора $\bar{a} \times \bar{b}$ на вектор $\bar{c}$: $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = ([\bar{a}, \bar{b}], \bar{c})$

Свойства смешанного произведения:

1° $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = (\bar{a}, [\bar{b}, \bar{c}])$

2° $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = (\bar{b}, \bar{c}, \bar{a}) = (\bar{c}, \bar{a}, \bar{b}) = -(\bar{b}, \bar{a}, \bar{c}) = -(\bar{c}, \bar{b}, \bar{a}) = -(\bar{a}, \bar{c}, \bar{b})$

3° $(\lambda\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = (\bar{a}, \lambda\bar{b}, \bar{c}) = (\bar{a}, \bar{b}, \lambda\bar{c}) = \lambda(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$

4° $(\bar{a}_1 + \bar{a}_2, \bar{b}, \bar{c}) = (\bar{a}_1, \bar{b}, \bar{c}) + (\bar{a}_2, \bar{b}, \bar{c})$

5° $(\bar{a}, \bar{b}_1 + \bar{b}_2, \bar{c}) = (\bar{a}, \bar{b}_1, \bar{c}) + (\bar{a}, \bar{b}_2, \bar{c})$

6° $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}_1 + \bar{c}_2) = (\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}_1) + (\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}_2)$

7° $([\bar{a}, \bar{b}], \bar{c}) = \bar{b}(\bar{a}, \bar{c}) - \bar{a}(\bar{b}, \bar{c}); (\bar{a}, [\bar{b}, \bar{c}]) = \bar{b}(\bar{a}, \bar{c}) - \bar{c}(\bar{a}, \bar{b})$

8° Тождество Якоби: $(\bar{a}, [\bar{b}, \bar{c}]) + (\bar{b}, [\bar{c}, \bar{a}]) + (\bar{c}, [\bar{a}, \bar{b}]) = 0$