

Компьютерные методы моделирования

Лабораторная работа №2

Составитель асс. каф. БНГС, магистр Никитин В.И.

Функции для работы с матрицами

Для задания матрицы используется функция **matrix**:

```
matrix([14,5,16],[-17,5,1],[8,6,-4]);
```

$$\begin{bmatrix} 14 & 5 & 16 \\ -17 & 5 & 1 \\ 8 & 6 & -4 \end{bmatrix}$$

Действия с матрицами

Рассмотрим основные действия с матрицами на примере. Для этого зададим две матрицы: А и В.

```
(%i3) A: matrix([15,2],[-7,10]);
```

```
(%o3)  $\begin{bmatrix} 15 & 2 \\ -7 & 10 \end{bmatrix}$ 
```

```
(%i4) B: matrix([-6,4],[5,13]);
```

```
(%o4)  $\begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$ 
```

Поэлементное сложение, вычитание, умножение матриц на число.

```
(%i5) A+B;
```

```
(%o5)  $\begin{bmatrix} 9 & 6 \\ -2 & 23 \end{bmatrix}$ 
```

```
(%i6) A-B;
```

```
(%o6)  $\begin{bmatrix} 21 & -2 \\ -12 & -3 \end{bmatrix}$ 
```

```
(%i7) k.A;
```

```
(%o7)  $k \cdot \begin{bmatrix} 15 & 2 \\ -7 & 10 \end{bmatrix}$ 
```

Умножение матриц

```
(%i8) A.B;  
(%o8)  $\begin{bmatrix} -80 & 86 \\ 92 & 102 \end{bmatrix}$ 
```

Вычисление матрицы, обратной данной

```
(%i9) A^^-1;  
(%o9)  $\begin{bmatrix} \frac{5}{82} & -\frac{1}{82} \\ \frac{7}{164} & \frac{15}{164} \end{bmatrix}$ 
```

Так же обратную матрицу можно получить с помощью функции

invert

```
(%i10) invert(matrix([15,2],[-7,10]));  
(%o10)  $\begin{bmatrix} \frac{5}{82} & -\frac{1}{82} \\ \frac{7}{164} & \frac{15}{164} \end{bmatrix}$ 
```

Задание

По определению обратной матрицы, доказать, что функция *invert* действительно создает матрицу обратную данной.

Функции для работы с матрицами

determinant – нахождение определителя матрицы

```
(%i11) determinant(matrix([15,2],[-7,10]));  
(%o11) 164
```

eigenvalues – нахождение собственных значений матрицы

```
(%i12) eigenvalues(A);  
(%o12)  $\left[ \left[ -\frac{\sqrt{31}i - 25}{2}, \frac{\sqrt{31}i + 25}{2} \right], [1, 1] \right]$ 
```

minor – определяет минор матрицы. Первый аргумент – матрица, второй и третий – индексы строки и столбца соответственно

```
(%i13) minor(matrix([15,2],[-7,10]),1,1);
(%o13) [10]
```

rank – ранг матрицы

```
(%i14) rank(matrix([15,2],[-7,10]));
(%o14) 2
```

submatrix – возвращает матрицу, полученную из исходной удалением соответствующих строк и (или) столбцов.

submatrix(i_1, \dots, i_k, A) – удаляет перечисленные строки в матрице A .

submatrix(A, j_1, \dots, j_k) – удаляет перечисленные столбцы в матрице A .

submatrix($i_1, \dots, i_k, A, j_1, \dots, j_k$) – удаляет в матрице A перечисленные слева от имени матрицы строки и перечисленные справа столбцы.

В качестве параметров следуют номера удаляемых строк, исходная матрица, номера удаляемых столбцов.

```
(%i15) M: matrix([2,6,7,9],[a,d,s,r],[4,8,3,5]);
(%o15) [2 6 7 9
        a d s r
        4 8 3 5]
```

```
(%i16) submatrix(1,2,M);
(%o16) [4 8 3 5]
```

transpose – транспонирование матрицы

```
(%i17) transpose(matrix([15,2],[-7,10]));
(%o17) [15 -7
        2 10]
```

Решение систем линейных алгебраических уравнений с использованием матриц.

Метод Крамера

Рассмотрим применение метода Крамера на примере системы 3*3

Система линейных уравнений с вещественными коэффициентами:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Определители:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

В определителях столбец коэффициентов при соответствующей неизвестной заменяется столбцом свободных членов системы.

Решение:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$


```
(%i1) subst (a, x+y, x + (x+y)^2 + y);
```

```
(%o1)          y + x + a^2
```

Задание Используя меню **help** освоить работу с функцией **solve**.

Применить её к прошлой задаче.

Задания для самостоятельной работы:

В матричном виде записаны СЛАУ, решить матричным методом, методом Крамера и используя функцию *solve*

1	2	3
1 -2 0 -3 -19	2 1 1 -2 5	-1 0 -2 -4 -12
-2 0 4 -4 -22	4 3 3 -2 3	0 -1 3 -1 2
-3 -5 4 1 -23	-3 1 -5 -3 7	-3 1 -3 -1 -2
4 4 -1 0 21	-5 1 1 0 11	3 -3 0 2 6
4	5	6
-1 -2 3 4 -13	-2 -2 -2 -3 25	-2 0 -1 -1 5
-5 2 4 -2 -14	0 0 -1 -2 3	-2 -1 4 4 -33
4 3 -2 -1 2	-4 -3 -4 -4 48	3 -1 -3 3 -3
1 -2 -1 -3 23	-3 -4 -2 -2 39	4 4 -1 -4 35
7	8	9
-3 4 -5 4 7	1 3 2 -1 -11	-2 -1 -2 -3 -7
2 -1 -2 -1 6	-1 -5 -5 -3 9	-3 4 2 -4 -46
4 0 0 -4 12	4 0 0 0 -12	-4 -2 -2 -2 -8
-3 -3 -3 -1 -1	-1 -4 -4 1 18	-3 4 0 2 -22

10	11	12
-5 1 4 4 28	-5 4 4 2 -27	2 0 1 1 -15
0 -5 -1 1 -7	-4 -4 -1 -4 16	-2 0 -3 -4 31
-2 2 4 2 8	3 2 -1 1 4	-3 4 1 -1 -11
2 -5 2 -3 -45	1 3 -2 2 2	-5 -3 1 -2 34
13	14	15
-3 -2 -4 3 38	3 -5 2 4 31	0 -1 4 -4 -20
-2 -4 -5 -5 10	-3 1 0 1 -2	1 3 -1 1 15
0 2 2 -4 -26	4 -4 0 -5 -3	-3 4 -3 -3 37
-5 4 4 4 16	2 0 4 -4 2	-4 1 -3 1 22
16	17	18
-1 -1 -1 -1 4	4 -3 4 -4 -6	1 -5 -4 -2 -24
-4 -5 -1 3 -4	-2 -4 0 -5 10	-4 -1 -3 2 -15
-2 1 1 4 -28	3 -3 0 3 -24	-1 0 0 -5 27
0 -4 -1 -3 31	-5 2 -3 3 12	-2 -1 1 -4 23
19	20	21
-2 -3 0 2 8	0 3 -3 -5 -3	-1 -5 3 -3 -30
3 -4 -3 4 -10	1 -5 -5 4 -1	0 4 -4 2 28
-4 -3 -4 3 6	-3 -5 1 1 16	0 -4 -2 -3 -18
2 2 -5 3 -5	-2 0 -4 2 -16	-1 -5 -4 0 -10
22	23	24
2 -1 -3 -5 20	1 -2 -5 4 -25	2 0 3 0 -8
4 -4 3 1 35	0 2 -3 1 -5	-4 3 -2 4 -3
-5 4 -3 4 -53	0 0 -3 0 -3	-3 -2 -3 -5 15
1 -3 2 0 22	4 2 1 4 -21	-1 2 2 -2 2

Варианты самостоятельных заданий

Вар.	№	Вар.	№	Вар.	№	Вар.	№	Вар.	№
00	0,1, 2,12	21	2,12,3,18	43	3,18,7,11	65	5,12,7,11	87	7,11,3,18
01	3,4, 2,13	22	2,13,4,5	44	4,5,7,12	66	5,13,7,12	88	7,12,4,6
02	0,2,4,6	23	2,14,4,6	45	4,6,7,13	67	5,14,7,13	89	7,13,0,2
03	0,3,4,7	24	2,15,4,7	46	4,7,8,14	68	5,15,7,14	90	7,14,0,15
04	0,4,5,16	25	2,16,4,8	47	4,8,7,15	69	5,16,7,15	91	7,15,0,3
05	0,5,4,9	26	2,17,4,9	48	4,9,5,17	70	5,17,7,16	92	7,16,0,5
06	0,6,4,10	27	2,18,4,10	49	4,10,5,18	71	5,18,7,17	93	7,17,0,8
07	0,7,3,11	28	3,4,5,11	50	4,11,6,18	72	6,7,10,8	94	7,18,3,9
08	0,8,5,12	29	3,5,4,12	51	4,12,8,9	73	6,8,9,10	95	8,9,6,15
09	0,9,4,13	30	3,6,4,13	52	4,13,8,10	74	6,9,8,10	96	8,10,15,12
10	10,8,11,18	31	3,7,4,14	53	4,14,6,10	75	6,10,8,11	97	8,11,3,9
11	1,11,3,8	32	3,8,4,15	54	4,15,6,11	76	6,11,8,12	98	8,12,10,5
12	1,12,3,9	33	3,9,4,16	55	4,16,8,13	77	6,12,8,13	99	8,13,15,17
13	1,13,3,10	34	3,10,4,18	56	4,18,6,13	78	6,13,8,14		
14	1,14,4,17	35	3,11,4,17	57	4,17,6,14	79	6,14,4,17		
15	1,15,3,12	36	3,12,5,6	58	5,6,15,14	80	6,15,12,3		
16	1,16,5,7	37	3,13,5,7	59	5,7,6,17	81	6,17,4,9		
17	1,17,3,14	38	3,14,5,8	60	5,8,6,13	82	6,18,3,12		
18	1,18,5,9	39	3,15,5,9	61	5,9,7,8	83	7,8, 4,10		
19	2,9,7,10	40	3,16,5,10	62	5,10,7,9	84	7,9,4,13		
20	2,10,3,17	41	3,17,5,11	63	5,11,7,10	85	7,10,6,18		
21	2,11,17,4	42	17,4,5,12	64	5,2,6,10	86			

Используя приобретенные навыки выполнить соответствующий вариант лабораторной работы: «Применение метода пассивного эксперимента в НГД»

<http://bngs.samgtu.ru/node/76>