

Механика сплошных сред

Составитель асс. каф БНГС СамГТУ, магистр Никитин В.И.

Лекция 3. Основы механики сплошных сред

2. ВВОДНЫЕ ПОНЯТИЯ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

Механика – наука о движении и взаимодействии материальных объектов. Под движением понимается механическое движение, то есть изменение положения тел или частей тела в пространстве с течением времени. Теоретическая механика, имеет дело не с самими материальными объектами, а с их «моделями». Такими моделями являются *материальные точки, системы материальных точек, абсолютно твердые тела, деформируемые сплошными среды*. рассмотрим последнюю категорию из перечисленных. Для лучшего понимания объекта исследования, лучше всего сравнить модель сплошной среды с другими моделями. *Материальной точкой* принято считать объект, размером которого можно пренебречь при решении определённой задачи. Совокупность материальных точек называют *системой материальных точек*. *Абсолютно твёрдым телом* называется тело, расстояние между любыми двумя точками которого является постоянным. При этом, для материальных точек упрощением является возможность пренебречь его размерами, но не массой. Для абсолютно твёрдых тел пренебрежение его деформацией является основным допущением. Для механики сплошной среды же свойственно не рассматривать молекулярную структуру среды. Сама же модель сплошной среды значительно отличается от системы материальных точек и от твёрдого, недеформируемого тела. Данный вывод легко сделать,

представляя себе течение жидкостей из повседневной жизни. Лучше всего модель сплошной среды описывает *гипотеза сплошности*. Дальнейшим логическим продолжением рассказа о сплошных средах являются свойства материальных объектов её представляющих в реальной жизни, то есть жидкостей и газов. Механика жидкости встречается практически во всех областях нашей физической жизни. Жидкости и газы зачастую описываются одними и теми же законами и математическими уравнениями, но физические свойства их одинаковыми не являются.

Подход к изучению движения деформируемых сред заключается в переходе от реальных деформируемых сред к их идеализированному представлению и соответствующему математическому описанию. Будем в дальнейшем понимать под материальным телом, независимо от его агрегатного состояния, систему материальных частиц, которая заключена в некоторой области пространства D , имеющей объем V и ограниченной поверхностью S .

Реальными материальными частицами, составляющими материальное тело, являются атомы и молекулы. Они находятся в непрерывном хаотическом движении и взаимодействуют между собой за счет сил электромагнитного происхождения. Характер хаотического движения и взаимодействия молекул различен для тел, находящихся в различных агрегатных состояниях. Число материальных частиц (молекул) N в практически малых объемах тела огромно (в 1 см^3 твердого тела содержится порядка 10^{24} молекул), а электромагнитные силы взаимодействия между ними не всегда

известны. Поэтому изучение движения деформируемых сред невозможно, если рассматривать тело как совокупность реальных материальных частиц. При описании движения каждой молекулы как абсолютно твердого тела для 1 см³ вещества потребовалось бы не менее $6 \times N = 6 \times 10^{24}$ дифференциальных уравнений первого порядка и такое же число начальных условий. Однако необязательно знать движение каждой материальной частицы — на практике нужно знать некоторые средние, суммарные характеристики. Это положение определяет два основных подхода к изучению движения деформируемых сред: *статистический* и *феноменологический*.

Статистический подход (развиваемый в физике) базируется на методах статистической механики. Это — вероятностные методы, применение средних характеристик по большому ансамблю частиц, введение дополнительных гипотез о свойствах молекул и об их взаимодействии с целью упрощения модели. Однако при сложном строении молекул использование статистических методов затруднено, так как недостаток информации не позволяет сформулировать гипотезу о взаимодействии молекул, а получаемые уравнения чрезмерно сложны.

Феноменологический подход (от греческого слова *phainomenon* — явление) базируется на общих, полученных из опыта закономерностях и гипотезах, которые принимаются за истинные и используются для построения последующих уравнений и выводов. В основу феноменологического подхода положены понятие *материального континуума* и соответствующая этому понятию *гипотеза сплошности*.

Гипотеза сплошности.

Сплошная среда представляет собой материальный континуум, то есть непрерывное множество материальных точек с непрерывным (в общем случае – кусочно-непрерывным) распределением по нему кинематических, динамических, термодинамических и иных физико-химических характеристик рассматриваемой среды.

С физической точки зрения принятие модели сплошной среды означает, что при макроскопическом описании всякий «бесконечно малый» объем содержит достаточно большое число молекул. Например, кубик воздуха с ребром 10^{-3} мм. Содержит $27 \cdot 10^6$ молекул. Отсюда видно, что предлагаемая идеализация не будет применимой лишь при очень больших разрежениях.

Материальный континуум (сплошная среда) есть состоящая из большого числа малых частиц фиктивная субстанция, которая непрерывно, сплошным образом заполняет область пространства D , отведенную данному телу, независимо от его агрегатного состояния. Следует отметить, что под частицей, составляющей материальный континуум, понимается часть тела, малая по отношению к геометрическим размерам тела, но большая по сравнению с размерами молекул. Таким образом, в рамках феноменологического подхода абстрагируются от реального атомно-молекулярного строения тел и переходят к идеализированному представлению вещества в виде материального континуума. Такая идеализация реального дискретного вещества позволяет использовать при исследовании движения деформируемых тел математический

аппарат дифференциального и интегрального исчисления непрерывных функций.

В соответствии с *феноменологическим* подходом к изучению процессов движения деформируемых сред вводятся ряд понятий, качественно определяющих эти процессы, система физических величин, характеризующих их количественно, и между ними на основании опыта устанавливаются взаимосвязи.

Во-первых, вводятся система характеристических функций, определяющих движение частиц сплошной среды (вектор перемещения и, вектор скорости, тензоры деформаций и скоростей деформаций, поворота и скоростей поворота, и система параметров, определяющих внутреннее состояние среды (плотность, удельная внутренняя энергия, энтропия, абсолютная температура, давление, тензор напряжений и т.д.).

Во-вторых, между введенными физическими величинами устанавливаются взаимосвязи, выражаемые определенными уравнениями и соотношениями, которые основаны на полученных из опыта данных и используются для математического описания поведения деформируемых сред. К их числу относятся уравнения, выражающие такие фундаментальные законы природы, как закон сохранения массы (уравнение неразрывности), закон сохранения импульса (уравнения движения), закон сохранения энергии, или первое начало термодинамики (уравнение энергии), и второе начало термодинамики, а также конечные соотношения, отражающие физикомеханические свойства изучаемых сплошных сред.

В-третьих, устанавливаются начальные и граничные условия, при которых все характеристические функции могут быть найдены математическими методами.

Механика сплошных сред строится в рамках *феноменологического подхода* при ограничениях и упрощениях, определяемых гипотезами механики сплошных сред.

Первая гипотеза механики сплошных сред — *гипотеза сплошности* — связана с понятием материального континуума.

Вторая гипотеза механики сплошных сред связана с понятием пространства. Под пространством понимается бесконечно большая совокупность точек, однозначно задаваемых с помощью чисел, называемых координатами, которые определяют положение произвольной точки относительно некоторой точки, принятой за начало координат.

Мерность пространства обусловлена числом координат, которыми определяется положение точек в пространстве. Например, бесконечно большая совокупность точек в обычном физическом пространстве составляет трехмерное пространство, так как положение произвольной точки в декартовой прямоугольной системе координат задается тремя координатами x, y, z . Совокупность точек на плоскости составляет двумерное пространство, положение произвольной точки задается двумя координатами x, y . Двумерным является и пространство, составленное совокупностью точек, образующих сферическую поверхность, здесь положение точки

может быть однозначно определено двумя координатами: углами (долгота) и (широта), при фиксированном радиусе сферы.

Предполагается, что пространство, в котором рассматривается движение деформируемых сред, является евклидовым. *Евклидовы пространства* — это такие пространства, в которых можно ввести единую для всех точек декартову прямоугольную систему координат (x, y, z) , а расстояние между двумя произвольными точками 1 и 2 определить по формуле

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Следовательно, обычное физическое трехмерное пространство и двумерное пространство на плоскости являются евклидовыми. Это не относится к двумерному пространству на поверхности сферы, так как нельзя определить расстояние между двумя произвольными точками по приведенной выше формуле, не выходя за пределы этого пространства.

Третья гипотеза механики сплошных сред — гипотеза абсолютного времени. Согласно этой гипотезе, время течет одинаково независимо от выбора системы отсчета, в которой рассматривается движение деформируемой среды. Данная гипотеза является хорошей идеализацией при решении большинства практических задач, в условиях которых скорости движения тел не достигают таких значений, чтобы возникала необходимость учета релятивистских эффектов.

Явления, рассматриваемые в механике сплошных сред, в частности, в механике жидкости и газа, носят макроскопический

характер. Это позволяет абстрагироваться от молекулярного строения вещества и рассматривать физические тела как сплошные среды. Отметим еще раз, что понятие «сплошная среда» представляет собой модель реальных сред. Использование такой модели в механике жидкости и газа и ряде других областей оправдывается тем, что полученные на ее основе результаты подтверждаются экспериментально и всесторонней апробацией на практике. В качестве примеров можно указать на расчеты течений в трубопроводах различного назначения, истечения жидкостей и газов через сопла, фильтрации через пористые среды и т.д.