

В.И. НИКИТИН

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВАНИИ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ**

Лабораторный практикум

Самара
Самарский государственный технический университет
2017



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Бурение нефтяных и газовых скважин»

В.И. НИКИТИН

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВАНИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Лабораторный практикум

Самара
Самарский государственный технический университет
2017

Печатается по решению редакционно-издательского совета СамГТУ

УДК 622.24 (076.5)

ББК 33.131я73

Н 62

Никитин В.И.

Н 62 Моделирование физических процессов на основании экспериментальных данных: лабораторный практикум / *В.И. Никитин*. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2017. – 131 с.: ил.

Включает в себя основные методы построения моделей на основании эмпирических данных. Специалисты нефтегазовой отрасли непрерывно сталкиваются с приложениями фундаментальных законов при решении технических задач. При этом построение модели феноменологическим методом является достаточно сложной задачей, либо неразрешимой из-за неполноты данных о самом процессе. Поэтому построение эмпирических моделей является замечательным инструментом для решения практических задач. Представленные методы аппроксимации полностью применимы для обобщения данных, полученных в результате лабораторных исследований. Рассмотрена методика статистического доказательства адекватности моделей, а также значимости коэффициентов уравнений регрессии.

Предназначено для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 21.03.01 «Нефтегазовое дело», «Бурение нефтяных и газовых скважин».

Рецензент канд. техн. наук *А.А. Подъячев*.

УДК 622.24 (076.5)

ББК 33.131я73

Н 62

© В.И. Никитин, 2017

© Самарский государственный
технический университет, 2017

ПРЕДИСЛОВИЕ

В работе технического специалиста может возникнуть задача поиска оптимальных параметров для физического процесса. При этом моделирование процесса на основании фундаментальных законов химии или механики является очень сложной и нетривиальной задачей. Таким образом, возникает необходимость построения математической модели, которая будет адекватно отражать реальный физический процесс. В технических приложениях о поведении исследуемой системы чаще всего судят на основании серии экспериментов. Для детерминированных и детерминированно-стохастических процессов применимы методы корреляционного и регрессионного анализов, позволяющих построение адекватных моделей, а также дающих рекомендации по их доработке.

Важно отметить, что построение моделей на основании экспериментальных данных требует знаний в области математической статистики. Целью проведения эксперимента является определение реального значения физического параметра, значимого для исследуемого процесса. В результате проведения лабораторных испытаний вместо реального значения получается выборка из случайных величин, требующая дальнейшей статистической обработки. Далее для построения модели, являющейся откликом выходного параметра от некоторого количества входных, необходимо учитывать вероятностную природу исходных данных.

ВВЕДЕНИЕ

Слово «аппроксимация» происходит от латинского *approximo* – «приближаюсь». Аппроксимировать означает приближенно заменить. Задачи аппроксимации возникают при обработке результатов экспериментов, когда измерения какой-либо величины выполнены в конечном числе точек. Требуется найти промежуточные значения этой функции. Это так называемая задача о восстановлении функции. Кроме того, при проведении расчетов сложные функции удобно заменять (аппроксимировать) алгебраическими многочленами или другими элементарными функциями, которые достаточно просто вычисляются (задача о приближении функции). Методы аппроксимации используются для приближенного интегрирования и решения дифференциальных уравнений, а также являются основой компьютерной графики и других современных цифровых технологий.

Специалисты нефтегазовой отрасли непрерывно сталкиваются с приложениями фундаментальных законов при решении технических задач. Аппроксимация экспериментальных данных позволяет смоделировать процесс и реализовать дальнейшее научное исследование расчётным путем.

Основы теории построения регрессионных моделей были заложены К. Гауссом и А. Лежандром. Гаусс занимался проблемой оценки математического ожидания физической величины её приближением к реальному значению. Отсюда вытекает сущность метода наименьших квадратов: сумма квадратов отклонений измеренных величин должна быть минимальна относительно математического ожидания. Технически при большом количестве входных параметров расчеты эмпирических моделей по методу наименьших квадратов являются трудоёмкими, и их реализация для конкретных физических процессов – затруднительной.

В XX веке с развитием вычислительной техники получили развитие новые методы построения моделей, такие как метод конечного элемента, также появились автоматизированные программные про-

дукты, в алгоритме которых реализован метод наименьших квадратов. Большое распространение получили численные методы решения сложных систем уравнений, как алгебраических, так и дифференциальных и интегральных. В основе реализации численных методов лежит методика аппроксимации исходной задачи при помощи конечно-разностных схем определённой точности. Таким образом, с развитием науки и технологии методы аппроксимации развиваются кумулятивным путём, то есть на основании прошлых открытий строятся последующие алгоритмы для решения наиболее сложных задач, актуальных на современном этапе развития науки.

МЕТОДЫ ТОЧНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

На интервале $[a, b]$ заданы точки $x_i, i=1, \dots, N; a \leq x_i \leq b$, и значения неизвестной функции в этих точках $f(x_i) = f_i, i=1, \dots, N$. Требуется найти функцию $F(x)$, принимающую в точках x_i те же значения f_i . Точки x_i будем называть *узлами интерполяции*, а условие $F(x_i) = f_i$ – *основным условием интерполяции*. При этом $F(x)$ будем искать только на отрезке $[a, b]$. Если необходимо найти функцию вне отрезка, то такая задача называется задачей *экстраполяции*.

Поставленная задача имеет много решений, так как через заданные точки $(x_i, f_i), i=1, \dots, N$ можно провести бесконечно много кривых, каждая из которых будет графиком функции, для которой выполнены все условия интерполяции. Одним из простейших методов интерполяции является кусочно-линейная интерполяция. Для практики важен случай аппроксимации функции многочленами, т.е. выражениями вида $P_m(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$, где a_i – постоянные коэффициенты. Наиболее известными методами полиномиальной интерполяции являются канонический полином, полином Лагранжа, Ньютона, Эрмита.

Все методы интерполяции можно разделить на локальные и глобальные. В случае локальной интерполяции на каждом интервале $[x_i, x_{i+1}]$ строятся отдельные функции. В случае глобальной интерполяции отыскивается единый полином на всем интервале $[a, b]$.

Лабораторная работа № 1

КУСОЧНО-ЛИНЕЙНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

Цель работы: на основании эмпирической зависимости, построить кусочно-линейную интерполирующую функцию методом кусочно-линейной интерполяции. Найти значения в промежуточных точках. Произвести проверку и подтвердить результаты графически.

Для выполнения работы использовать на выбор *OpenOffice Calc*, *Microsoft Excel* или символьные пакеты вычислений, такие как *Maxima* или *Wolfram Mathematica*.

Описание метода

Пусть имеется экспериментальная зависимость $f_i(x_i)$ из N точек. На каждом интервале $[x_i, x_{i+1}]$ интерполирующая функция является линейной $F_i(x) = k_i x + l_i$. Значения коэффициентов k_i и l_i находятся из выполнения условий интерполяции на концах отрезка $[x_i, x_{i+1}]$: $F_i(x_i) = f_i$, $F_i(x_{i+1}) = f_{i+1}$. С помощью этих условий получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} k_i x_i + l_i = f_i; \\ k_i x_{i+1} + l_i = f_{i+1}, \end{cases} \quad (1.1)$$

откуда находим

$$k_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i}, \quad l_i = f_i - \left(\frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} \right) x_i. \quad (1.2)$$

Следовательно, интерполирующую функцию $F(x)$ можно записать в виде

$$F(x) = \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i) + f_i, \quad (1.3)$$

а в общем случае, для произвольного $x: x_i \leq x \leq x_{i+1}$, т.е.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + f_1, & x_1 \leq x \leq x_2; \\ \dots \\ \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i}(x - x_i) + f_i, & x_i \leq x \leq x_{i+1}; \\ \dots \\ \frac{f_N - f_{N-1}}{x_N - x_{N-1}}(x - x_{N-1}) + f_N, & x_{N-1} \leq x \leq x_N \end{cases} \quad (1.4)$$

ИЛИ

$$F(x) = \begin{cases} k_1x + l_1, & x_1 \leq x \leq x_2; \\ \dots \\ k_ix + l_i, & x_{i-1} \leq x \leq x_i; \\ \dots \\ k_{N-1}x + l_{N-1}, & x_{N-1} \leq x \leq x_N. \end{cases} \quad (1.5)$$

При использовании линейной интерполяции сначала нужно определить интервал, в который попадает x , а затем подставить его в формулу. Итоговая функция является непрерывной, но ее производная разрывна в каждом узле интерполяции. Погрешность такой интерполяции будет меньше, чем в случае кусочно-постоянной интерполяции.

Методика выполнения работы

1. Определить коэффициенты k_i, l_i для функции $F(x)$ на каждом интервале $x_i^* \in [x_i, x_{i+1}]$.

Выписать полученную интерполирующую функцию в аналитическом виде (1.5):

$$F(x) = \begin{cases} k_1x + l_1, & x_0 \leq x \leq x_1; \\ k_ix + l_i, & x_{i-1} \leq x \leq x_i; \\ \dots \\ k_{N-1}x + l_{N-1}, & x_{N-1} \leq x \leq x_N. \end{cases}$$

2. Выполнить проверку условия интерполяции в 2 этапа:

- 1) вычислить значения функции $F(x)$ в узловых точках x_i ;
- 2) вычислить невязку $F(x_i) - f_i$.

3. Вычислить середины интервалов $x_i^* \in [x_i, x_{i+1}]$.

4. Вычислить значения $F(x)$ для середин интервалов, вычисленных в п. 3.

5. Построить точечный график, отобразить на нём исходную (эмпирическую) зависимость (x_i, f_i) и середины отрезков $x_i^* \in [x_i, x_{i+1}]$ с вычисленными в них значениями интерполирующей функции $F(x^*)$. Названия рядов точек на графиках подписать.

6. Сделать выводы по работе.

Требование к работе: при выполнении работы необходимо вводить все расчетные формулы таким образом, чтобы при изменении входных параметров программа корректно производила расчеты автоматически. Вручную вводятся только исходные данные и подписи.

Пример 1

В лабораторных условиях на фильтр-прессе получена зависимость объема фильтрации ингибирующего полимерного раствора от времени. Эксперимент длился 30 мин., в течение которых зафиксировано 7 значений.

Ниже представлен пример оформления работы с п. 1 по п. 6 (рис. 1.1 – 1.6).

n	t, мин	Q, мл
1	0	0
2	1	2,8
3	3	3,8
4	7,5	5
5	15	6,8
6	25	8,4
7	30	9

Рис. 1.1. Входные данные

Вычисление коэффициентов интерполирующей функции

k_1	2,8	l_1	0,0
k_2	0,5	l_2	2,3
k_3	0,2667	l_3	3,0
k_4	0,24	l_4	3,2
k_5	0,16	l_5	4,4
k_6	0,12	l_6	5,4

Рис. 1.2. Коэффициенты интерполирующей функции

$$Q(t) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Интерполирующая кусочно-линейная функция} \\ 2,8 t+ 0 \text{ при } 0 \leq x \leq 1 \\ 0,5 t+ 2,3 \text{ при } 1 \leq x \leq 3 \\ 0,2667 t+ 3 \text{ при } 3 \leq x \leq 7,5 \\ 0,24 t+ 3,2 \text{ при } 7,5 \leq x \leq 15 \\ 0,16 t+ 4,4 \text{ при } 15 \leq x \leq 25 \\ 0,12 t+ 5,4 \text{ при } 25 \leq x \leq 30 \end{array} \right.$$

Рис. 1.3. Запись интерполирующей функции в аналитическом виде

Значения интерполирующей функции в узловых точках

t, мин	Q(t)	Невязка
0	0	0
1	2,8	0
3	3,8	0
7,5	5	0
15	6,8	0
25	8,4	0
30	9	0

Рис. 1.4. Проверка основного условия интерполяции

x_i^*	$Q(x^*)$
0,5	1,4
2	3,3
5,25	4,4
11,25	5,9
20	7,6
27,5	8,7

Рис. 1.5. Середины интервалов и значения интерполирующей функции в них

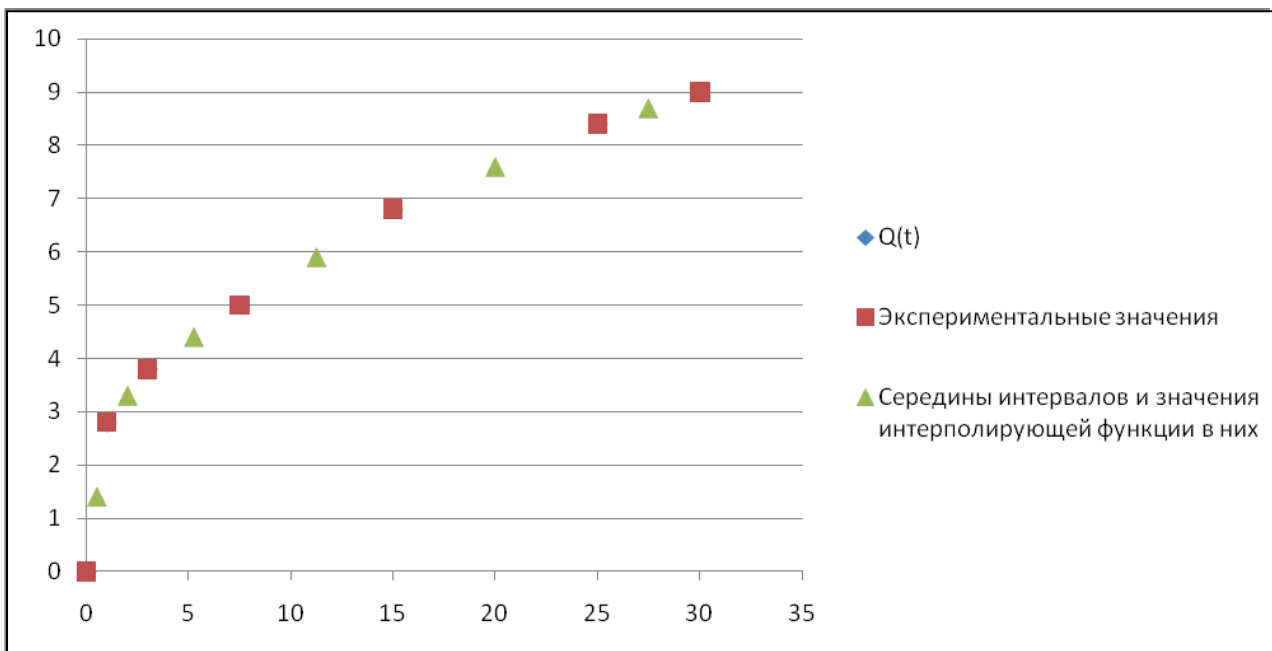


Рис. 1.6. Графическое представление расчетов

На рис. 1.6 изображено три набора точек, но видно только два из них, так как в данном примере основное условие интерполяции выполняется полностью и исходные экспериментальные значения совпадают и интерполирующей функцией в тех же точках.

Выводы по работе. По исходным данным методом кусочно-линейной интерполяции построена интерполирующая функция $Q(t)$, которая представляет зависимость объема фильтрации от времени фильтрационного процесса. Для найденной функции проверено ос-

новное условие интерполяции – значения функции в узловых точках совпадают с экспериментальными значениями. Также в качестве дополнительной проверки проведена интерполяция для середин интервалов узловых точек, результат показан в виде графика. Полученная кусочная функция может быть использована для нахождения неизвестных значений из интервалов времени от 0 до 30 мин.

Контрольные вопросы

1. Постановка задачи аппроксимации.
2. Примеры аппроксимации реальных экспериментальных данных.
3. Понятие интерполяции.
4. Что такое интерполируемая функция и интерполирующая функция?
5. Что называется узлами и шагом интерполяции?
6. Глобальная и локальная интерполяция, примеры.
7. Основное условие интерполяции.
8. Как можно повысить точность интерполяции?
9. Понятие экстраполяции.
10. В чем заключается преимущество метода кусочно-локальной интерполяции по сравнению с кусочно-постоянной?

Лабораторная работа № 2

КАНОНИЧЕСКИЙ ПОЛИНОМ

Цель работы: на основании эмпирической зависимости, построить полиномиальную интерполирующую функцию методом канонического полинома. Найти значения в промежуточных точках. Произвести проверку и подтвердить результаты графически.

Для выполнения работы использовать на выбор *OpenOffice Calc*, *Microsoft Excel* или символьные пакеты вычислений, такие как *Maxima* или *Wolfram Mathematica*.

Описание метода

Пусть имеется экспериментальная зависимость $f_i(x_i)$ из N точек. Будем искать интерполирующую функцию в виде полинома (многочлена) m -ной степени:

$$P_m(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m. \quad (2.1)$$

Какова должна быть степень многочлена, чтобы удовлетворить всем условиям интерполяции? Допустим, что заданы две точки: (x_0, f_0) и (x_1, f_1) , т.е. $N = 2$. Через эти точки можно провести единственную прямую, т.е. интерполирующей функцией будет полином первой степени $P_1(x) = a_0 + a_1x$. Через три точки ($N = 3$) можно провести параболу $P_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ и т. д. Рассуждая таким способом, можно предположить, что искомый полином должен иметь степень $m = N - 1$.

Для того, чтобы доказать это, выпишем систему уравнений на коэффициенты. Уравнения системы представляют собой условия интерполяции при каждом $x = x_i$:

$$\begin{cases} P_m(x_1) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + a_3x_1^3 + \dots + a_Nx_1^m = f_1; \\ P_m(x_2) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + a_3x_2^3 + \dots + a_mx_2^m = f_2; \\ \dots \\ P_m(x_N) = a_0 + a_1x_N + a_2x_N^2 + a_3x_N^3 + \dots + a_Nx_N^m = f_N. \end{cases} \quad (2.2)$$

Данная система является линейной относительно искомым коэффициентов $a_0, a_1, a_2, \dots, a_N$. Известно, что система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) имеет решение, если ее определитель отличен от нуля. Таким образом, нахождение полинома сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов $a_0, a_1, a_2, \dots, a_N$.

Решить систему можно в матричном виде. В матричном виде система имеет вид

$$Xa = f, \quad (2.3)$$

где X – матрица коэффициентов СЛАУ;

f – известный вектор из постановки задачи;

$a = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_N)$ – вектор коэффициентов (неизвестных).

Решение данной системы можно найти, используя обратную матрицу X^{-1} , тогда

$$a = X^{-1}f. \quad (2.4)$$

Методика выполнения работы

1. Реализовать формулу для автоматического заполнения матрицы коэффициентов X системы линейных алгебраических уравнений $Xa = f$ из исходных экспериментальных значений. Вычислить X^{-1} , определить коэффициенты полинома $a = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_N)$, $a = X^{-1}f$. Подставить полученные коэффициенты в исходное выражение для канонического полинома $P_m(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$. Записать его в аналитическом виде.

2. Выполнить проверку условия интерполяции в два этапа:

1) вычислить значения функции $P_m(x)$ в узловых точках;

2) вычислить невязку $P_m(x_i) - f_i$.

3. Вычислить середины интервалов $x_i^* \in [x_i, x_{i+1}]$.

4. Вычислить значения $P_m(x)$ для середин интервалов, вычисленных в п. 3.

5. Построить точечный график, отобразить на нём два ряда данных:

1) исходные данные задачи (x_i, f_i) ;

2) середины отрезков $x_i^* \in [x_i, x_{i+1}]$ с вычисленными в них значениями интерполирующего полинома $P_m(x_i^*)$, а также значения полинома в узловых точках $P_m(x_i)$. Названия подписать.

6. Сделать выводы по работе.

Требование к работе: при выполнении работы необходимо вводить все расчетные формулы таким образом, чтобы при изменении входных параметров программа корректно производила расчеты автоматически. Вручную вводятся только исходные данные и подписи.

Пример 2

В качестве исходных данных возьмём первые пять точек из примера 1. Ниже представлен пример оформления работы с п. 1 по п. 6 (рис. 2.1 – 2.7).

n	t, мин	Q, мл
1	0	0
2	1	2,8
3	3	3,8
4	7,5	5
5	15	6,8

Рис. 2.1. Входные данные примера

Матрица коэффициентов СЛАУ					
1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
1	3	9	27	81	
1	7,5	56,25	421,875	3164,1	
1	15	225	3375	50625	
1	x	x^2	x^3	x^4	

Рис. 2.2. Матрица X системы линейных алгебраических уравнений $Xa = f$

	Обратная матрица			
1	0	0	0	0
-1,5333333333	1,85	-0,347	0,02735	-0,001
0,6088888889	-0,99	0,4167	-0,0383	0,0017
-0,078518519	0,14	-0,073	0,01155	-6E-04
0,002962963	-0,01	0,0031	-0,0006	5E-05

Рис. 2.3. Обратная матрица – X^{-1}

Вектор коэффициентов
0
4,001520147
-1,365477411
0,170292633
-0,006335368

$$P_m(x) = 0 + 4,00152x + -1,36548x^2 + 0,1702926x^3 + -0,0063354x^4$$

Рис. 2.4. Вектор решений СЛАУ $Xa = f$, т.е. $a = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_N)$, коэффициенты полинома

Значения полинома в узловых точках		
t, мин	$P_m(x_i)$	Невязка
0	0,000	0,000
1	2,800	0,000
3	3,800	0,000
7,5	5,000	0,000
15	6,800	0,000

Рис. 2.5. Проверка основного условия интерполяции

x_i^*	$P_m(x_i^*)$
0,5	1,680281339031
2	3,802105820106
5,25	3,200960937500
11,25	13,185956816621
7,5	5,000000000000

Рис. 2.6. Значения полинома в серединах интервалов

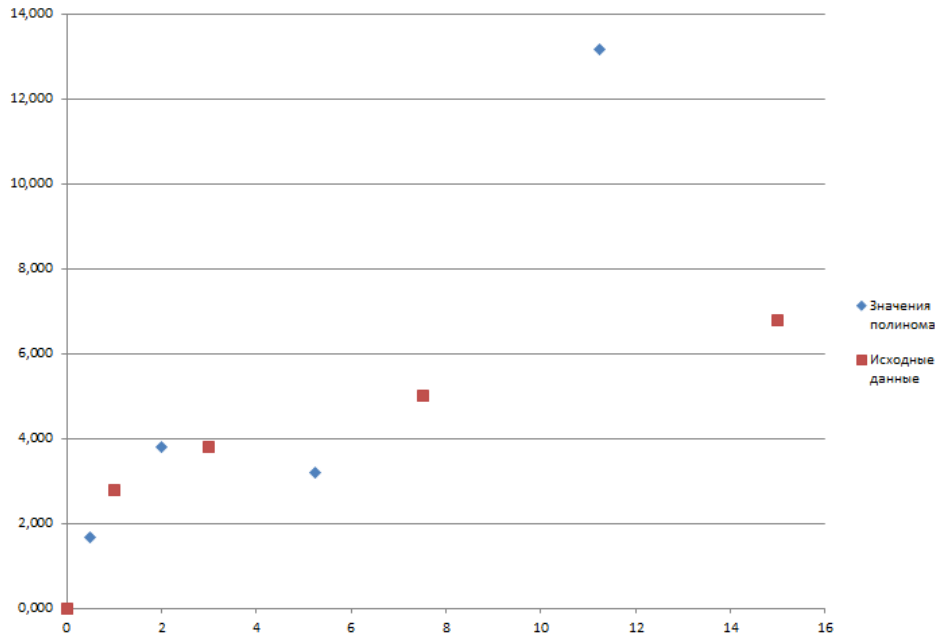


Рис. 2.7. Графическое представление расчетов

Выводы по работе. По исходным данным методом канонического полинома построена интерполирующая функция $P_m(x)$, которая представляет зависимость объема фильтрации от времени фильтрационного процесса. Основное условие интерполяции полностью выполняется, но проверка значений интерполирующей функции показала неудовлетворительный результат, так как начиная с третьей точки полином начал принимать значения, не соответствующие физической постановке задачи. Этот вывод сделан на основании знаний о фильтрационном процессе. Объём фильтрата от времени монотонно возрастает, а полученная полиномиальная зависимость принимает изгибы на соответствующих интервалах. На основании проведённой ра-

боты можно сделать вывод, что полученная функция применима только на начальных промежутках исходной зависимости. Этот вывод подтверждается графически на рис. 2.5.

Примечание. В действительности, при возрастании входных параметров задачи метод канонического полинома имеет большие погрешности, так как СЛАУ расширяется с добавлением каждой точки, что приводит к усложнению вычислительной задачи. Таким образом, необходимым условием для применения данного метода является проверка полученного полинома в промежуточных точках. Нагляднее результат проверки изображать графически.

Контрольные вопросы

1. Полином как математический объект.
2. К локальной или глобальной интерполяции относится канонический полином?
3. Существует ли связь между числом узлов интерполяции и степенью интерполяционного полинома?
4. Как изменится степень полинома при добавлении нового узла?
5. Можно ли использовать метод канонического полинома для экстраполяции?
6. Какой степени будет полином, если интерполяция проводится по 8 узлам?
7. Методы проверки качества аппроксимации полиномом и вывод о пригодности построенной интерполирующей функции.
8. Преимущества и недостатки метода по сравнению с кусочно-постоянной и кусочно-линейной интерполяцией.
9. Какие методы полиномиальной интерполяции кроме канонического полинома вы знаете?
10. Как учитывается погрешность эксперимента при интерполяции каноническим полиномом?

РЕГРЕССИОННЫЙ И КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Если исходные данные получены в результате опытных измерений, полученных с некоторой погрешностью, то в этом случае точного выполнения основного условия интерполяции не требуется. Другими словами, при наличии корреляционной связи при существенной погрешности измерений некорректно проводить интерполирующую кривую через табличные значения. В этих случаях интерполирующая функция $F(x)$ не должна удовлетворять условиям $F(x_i) = f(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$. Это условие означает, что интерполирующая функция $F(x)$ проходит не точно через заданные точки, а в некоторой их окрестности.

Вид формулы иногда известен из физических соображений или выбирается из геометрических соображений на основании корреляционного поля. Для этого экспериментальные точки наносятся на график, и путем сравнения поведения точек с графиками известных функций подбирается общий вид зависимости. Успех в значительной степени определяется опытом и интуицией исследователя. После того, как выбран вид эмпирической зависимости, коэффициенты аппроксимирующей функции определяются исходя из метода наименьших квадратов (МНК) – сумма квадратов отклонений модельной функции от исходных данных должна быть минимальной.

Для построения эмпирических зависимостей используются методы корреляционного и регрессионного анализа. Данные методы основаны на принципах статистического анализа, поэтому неотъемлемой частью построения аппроксимирующих функций являются доказательства статистических гипотез о значимости коэффициентов полученных уравнений, а также проверка на адекватность. На основании построения границ корреляционного поля можно существенно улучшить модель путем исключения грубых экспериментальных ошибок.

Методы корреляционного и регрессионного анализа применяются не только для нахождения зависимостей линейного вида, но и показывают хороший результат при подборе нелинейной формы уравнения для описания физического процесса. Работа с нелинейными зависимостями более трудоёмкая и математически сложная, поэтому рекомендуется решение подобных задач с использованием специального программного обеспечения.

Лабораторная работа № 3

ЛИНЕЙНАЯ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ РЕГРЕССИЯ

Цель работы: на основании экспериментальных данных, построить линейную однопараметрическую регрессионную модель. Провести корреляционный анализ исходных данных. Проверить выполнение статистических гипотез для полученной модели.

Для выполнения работы использовать на выбор *OpenOffice Calc*, *Microsoft Excel* или символьные пакеты вычислений, такие как *Maxima* или *Wolfram Mathematica*.

Описание метода

Самой простой регрессионной моделью для описания физического процесса на основании эмпирических данных является линейное однопараметрическое уравнение:

$$y = bx. \quad (3.1)$$

Уравнение данного вида выбирается для описания экспериментальных значений в случае, когда исходная зависимость проходит через точку $(0,0)$, либо будет проходить через неё при экстраполяции. Также для целесообразности построения однопараметрической линейной функции следует произвести корреляционный анализ эмпирических данных, т.е. визуальную оценку корреляционного поля, а также вычисления коэффициента корреляции.

В случае выбора построения модели вида (3.1) согласно методу наименьших квадратов коэффициент уравнения определяется формулой

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}. \quad (3.2)$$

Для улучшения полученной модели следует построить границы корреляционного поля, для этого необходимо вычислить дисперсию адекватности модели S_{ao}^2 , дисперсию коэффициента b – S_b^2 и квадратичное отклонение S_b . Следует отметить, что при вычислении S_b^2

должна использоваться дисперсия опытная, полученная во время постановки серии экспериментов, но чаще всего на данном этапе вычислений она недоступна, поэтому можно сделать по критерию Фишера предположение об адекватности модели, а следовательно об однородности дисперсий $S_{on}^2 = S_{ao}^2$. В случае достаточного количества исходных данных можно произвести процедуру отсеивания грубых ошибок несколько раз, с каждым разом улучшая линейную связь и уточняя коэффициент b .

Конечную модель следует проверить при помощи статистических гипотез на значимость коэффициента корреляции, значимость коэффициента уравнения регрессии, а также на адекватность. Проверка на адекватность модели по критерию Фишера возможна только при наличии S_{on}^2 .

Методика выполнения работы

1. Для начала следует установить корреляционную связь. При наличии сильной корреляционной связи достаточно построить корреляционное поле и сделать визуальную оценку о наличии связи. Для количественной оценки вычисляется коэффициент корреляции:

$$r_{xy} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \cdot \left[n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}}. \quad (3.3)$$

Таблицу для определения тесноты линейной связи см. в приложении 1.

2. Вычислить коэффициент уравнения регрессии вида $y = bx$. Согласно методу наименьших квадратов,

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}. \quad (3.4)$$

3. Вычислить дисперсию S_b^2 и квадратичное отклонение S коэффициента b . В вычислениях следует использовать значения опытной выборочной дисперсии S_{on}^2 . В случае если S_{on}^2 неизвестна, согласно гипотезе о физической сущности моделируемого процесса положить $S_{on}^2 = S_{ad}^2$. Дисперсия адекватности для данного уравнения регрессии имеет количество степеней свободы $\nu = n - 1$, тогда

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum (y_i - y_{i\text{расч}})^2}{\nu}. \quad (3.5)$$

Вычислить дисперсию S_b^2 :

$$S_b^2 = S_{on}^2 \frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i^2}. \quad (3.6)$$

4. Вычислить стандартные границы корреляционного поля и отсеять «выпадающие точки» для уточнения модели. При этом должно произойти уменьшение дисперсий и увеличение силы линейной связи в соответствии с изменением коэффициента корреляции. Стандартные границы корреляционного поля вычисляются по формулам

$$y_{i,\min} = (b - S_b)x_i, \quad y_{i,\max} = (b + S_b)x_i. \quad (3.7)$$

Для удобства следует указать границы в табличном виде, а также построить график, на котором следует отразить исходную табличную зависимость (x_i, y_i) , верхние и нижние границы $(x_i, y_{i,\min})$, $(x_i, y_{i,\max})$, а также линию регрессии $(x_i, y_{i\text{расч}})$.

5. Точки исходной табличной зависимости, не лежащие в границах корреляционного поля, следует отсеять и вычислить параметры модели заново, тем самым более точно рассчитать основные параметры.

6. Для полученной модели следует оценить качество аппроксимации с помощью критерия Стьюдента:

1) проверить нулевую гипотезу $H_0 : r_{xy} = 0$ для коэффициента корреляции r_{xy} ; для этого вычислить опытный критерий Стьюдента по формуле

$$t^{on} = \frac{r_{xy} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}}. \quad (3.8)$$

Если $t^{on} < t_v^\alpha$, то принимается нулевая гипотеза, если $t^{on} > t_v^\alpha$, то альтернативная. t_v^α – табличное значение критерия Стьюдента, см. приложение 2.

Число степеней свободы для коэффициента корреляции равно $\nu = n - 2$. Вероятность допущения ошибки называется уровнем значимости α и равняется $\alpha = 1 - P$, где P – доверительная вероятность. Альтернативной гипотезой будет неравенство: $H_0 : r_{xy} \neq 0$. Уровень значимости принять $\alpha = 0.05$;

2) проверить нулевую гипотезу $H_0 : b = 0$ для коэффициента b уравнения регрессии $y = bx$. Для этого вычислить

$$t_b^{on} = \frac{|b|}{S_b} \quad (3.9)$$

и по критерию Стьюдента сравнить с критическим значением t_v^α для заданного уровня значимости $\alpha = 0.05$. Число степеней свободы для коэффициента уравнения регрессии $y = bx$, $\nu = n - 1$, так как на модель наложена одна связь – вычисление коэффициента b . Метод проверки аналогичен задаче проверки для r_{xy} ;

3) если известна опытная дисперсия S_{on}^2 , полученная на этапе проведения экспериментов, то следует проверить на адекватность полученное уравнение по критерию Фишера. Для этого вычисляется опытный критерий Фишера:

$$F_{v_1, v_2}^{on} = \frac{S_{ad}^2}{S_{on}^2}, \text{ если } S_{ad}^2 > S_{on}^2,$$

$$F_{v_1, v_2}^{on} = \frac{S_{on}^2}{S_{ad}^2}, \text{ если } S_{ad}^2 < S_{on}^2, \quad (3.10)$$

где v_1 – число степеней свободы числителя;

v_2 - число степеней свободы знаменателя.

Опытный критерий Фишера сравнивают с табличным значением критерия Фишера F^α , взятого с требуемым уровнем значимости α . Если опытней критерий Фишера меньше табличного, то дисперсии однородны и соответственно модель адекватна эксперименту, если больше – дисперсии неоднородны и модель неадекватна. Табличные значения критерия Фишера представлены в приложении 3.

7. Сделать выводы по работе.

Пример 3

Смоделируем процесс фильтрации бурового раствора на фильтр-прессе в координатах $(Q) - (\sqrt{t})$. Из аналитической формулировки процесса фильтрации при формировании фильтрационной корки предположим, что зависимость является линейной и очевидно проходит через начало координат в точке $(0,0)$.

На рис. 3.1 – 3.2 представлены расчётные таблицы для вычисления коэффициента корреляции и построения модели и границ корреляционного поля. На рис. 3.3 изображена исходная табличная зависимость и результаты расчетов $(x_i, y_i), (x_i, y_{i \text{ расч}}), (x_i, y_{i, \text{min}}), (x_i, y_{i, \text{max}})$. Согласно предложенной методике точки, не лежащие в пределах границ корреляционного поля, причисляются к грубым ошибкам и удаляются из рассмотрения. В данном примере точки под номерами 2, 7, 8 явно не лежат в границах, поэтому они

для корректировки модели были удалены из рассмотрения, также было несколько пограничных точек, которые допустимо оставить для дальнейших расчётов. Таким образом, уточнив модель, получили $r_{xy} = 0,99989$, $b = 2,02699$, $S_{ao}^2 = 0,00364$, $S_b^2 = 4,52464E - 05$, $S_b = 0,00672654$.

Исходные данные		Вспомогательные таблицы			
$\sqrt{t}, \text{мин}^{1/2}$	Q, мл	x^2	y^2	xy	
0	0	0	0	0	
1	1,5	1	2,25	1,5	
1,7321	3,5	3	12,25	6,0622	
2,2361	4,6	5	21,16	10,286	
2,7386	5,6	7,5	31,36	15,336	
3,1623	6,4	10	40,96	20,239	
3,873	8,2	15	67,24	31,758	
4,4721	9,3	20	86,49	41,591	
5	10,2	25	104,04	51	
5,4772	11	30	121	60,249	
Суммы	29,691	60,3	116,5	486,75	238,02
n= 10		$r_{\text{числитель}} =$	589,83		
		$r_{\text{знаменатель}} =$	590,77		
		$r_{xy} =$	0,9984		

Рис. 3.1. Исходные данные и вспомогательные таблицы для вычисления коэффициента корреляции

Выполним проверку статистических гипотез.

1) $H_0 : r_{xy} = 0$, вычислим

$$t^{on} = \frac{r_{xy} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} = \frac{0,99989 \sqrt{5}}{\sqrt{1-0,99989^2}} = 147,49558. \Rightarrow t^{on} \gg t_5^{0,05}.$$

Значение опытного критерия Стьюдента попадает в критическую область, в область отклонения гипотезы $H_0 : r_{xy} = 0$, следовательно значение коэффициента корреляции $r_{xy} = 0,99989$ случайностью не является и с вероятностью 95 % имеется возрастающая линейная почти функциональная связь;

$$2) H_0 : b = 0, \text{ вычислим } t_b^{on} = \frac{|b|}{S_b} = \frac{2,02699}{0,00672654} = 301,341 \gg t_6^{0,05}.$$

Значение опытного критерия Стьюдента попадает в критическую область, в область отклонения гипотезы $H_0 : b = 0$, следовательно коэффициент уравнения регрессии значимо отличен от нуля;

$y_{расч}$	$(y_i - y_{iрасч})^2$	y_{min}	y_{max}
0	0	0	0
2,0431	0,295	2,0225	2,0637
3,5388	0,0015	3,503	3,5745
4,5685	0,001	4,5224	4,6147
5,5953	2E-05	5,5387	5,6518
6,4609	0,0037	6,3956	6,5261
7,9129	0,0824	7,833	7,9929
9,137	0,0266	9,0447	9,2294
10,216	0,0002	10,112	10,319
11,191	0,0363	11,077	11,304
Сумма	0,4467		
b=	2,0431		
$S_{ad}^2 =$	0,0496		
$S_b^2 =$	0,0004		
$S_b =$	0,0206		

Рис. 3.2. Построение модели и вычисление границ корреляционного поля

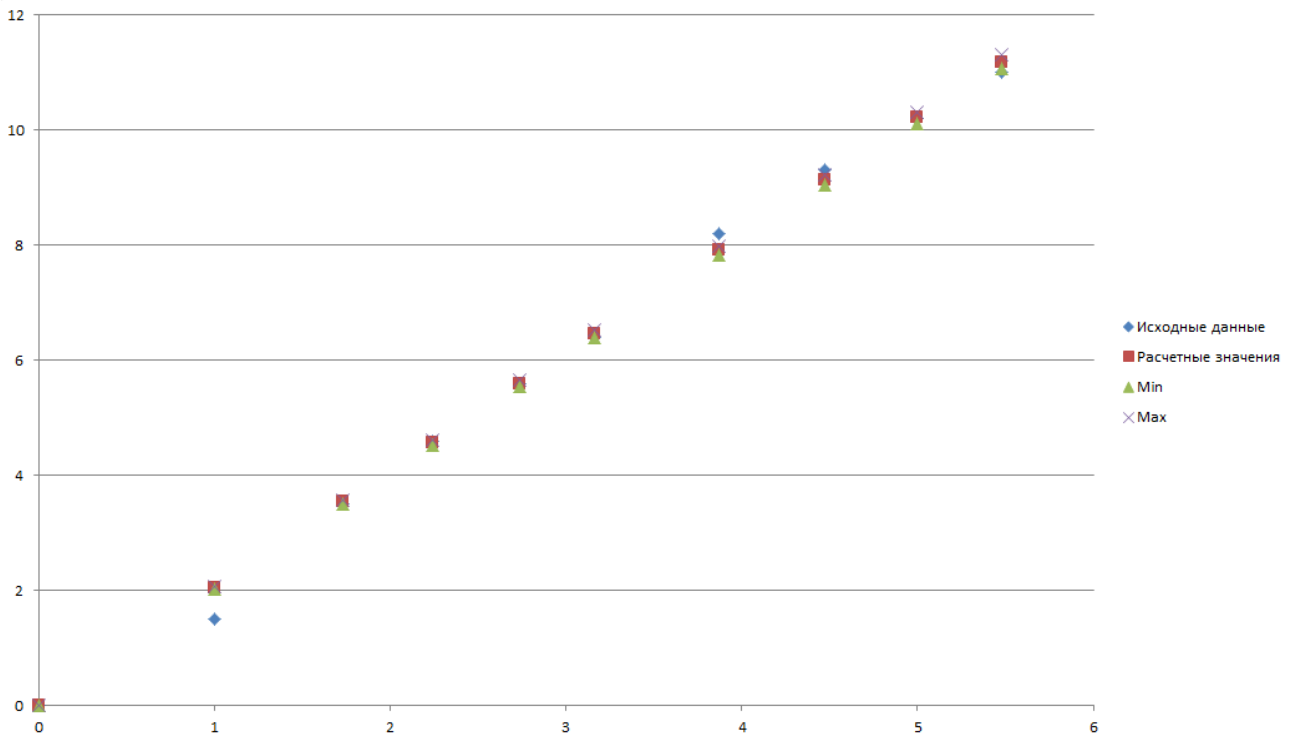


Рис. 3.3. Графическое представление расчетов

3) так как S_{on}^2 неизвестна, проверка на адекватность модели по критерию Фишера невозможна. Можно сделать выводы, что модель достаточно достоверно описывает исходные данные (рис. 3.3).

Выводы по работе. На основании экспериментальных данных построена линейная однопараметрическая регрессионная модель, описывающая процесс фильтрации бурового раствора на фильтр-прессе в координатах $(Q) - (\sqrt{t})$. В результате корреляционного анализа установлена почти функциональная возрастающая линейная связь. Отсев грубых ошибок позволил уточнить параметры модели. Доказательство статистических гипотез для параметров модели показало положительный результат. Проверка на адекватность модели по критерию Фишера невозможна из-за нехватки входных данных, но на основании графической и расчетной проверки модели можно сделать вывод о пригодности данной модели на практике.

Контрольные вопросы

1. Понятие корреляции, корреляционного поля, таблицы.
2. Метод проведения корреляционного анализа.
3. Понятие регрессии, уравнение регрессии, линия регрессии.
4. Смысл применения метода наименьших квадратов для вывода формулы коэффициента уравнения регрессии.
5. Примеры реальных процессов, описываемых линейной однопараметрической моделью.
6. Целесообразность проверки статистических гипотез.
7. Методика проведения проверки статистических гипотез.
8. Число степеней свободы.
9. Стандартные границы корреляционного поля.
10. Возможно ли построить границы корреляционного поля с заданной доверительной вероятностью?

Лабораторная работа № 4

ЛИНЕЙНАЯ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ РЕГРЕССИЯ

Цель работы: на основании экспериментальных данных построить линейную двухпараметрическую регрессионную модель. Провести корреляционный анализ исходных данных. Проверить выполнение статистических гипотез для полученной модели.

Для выполнения работы использовать на выбор *OpenOffice Calc*, *Microsoft Excel* или символьные пакеты вычислений, такие как *Maxima* или *Wolfram Mathematica*.

Описание метода

Для описания физического процесса, имеющего линейный характер, но не проходящего через начало координат в точке $(0,0)$, используют двухпараметрическую регрессионную модель:

$$y = b_0 + b_1 x. \quad (4.1)$$

Также для целесообразности построения двухпараметрической линейной функции следует произвести корреляционный анализ эмпирических данных, т.е. визуальную оценку корреляционного поля, а также вычисления коэффициента корреляции.

В случае построения модели вида (4.1) необходимо на основании эмпирических данных выбрать уравнения для нахождения коэффициентов b_0, b_1 . Если исходная зависимость расположена в положительной системе координат, то согласно методу наименьших квадратов следует пользоваться следующими формулами:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\Delta}, \quad (4.2)$$

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\Delta}, \quad (4.3)$$

$$\Delta = n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2. \quad (4.4)$$

Если исходная зависимость располагается как в положительном, так и в отрицательном секторах декартовой системы координат, то формулы (4.2) – (4.4) дают неверные результаты и расчет следует производить по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i|; & B &= \frac{1}{A^2} \sum_{i=1}^n x_i^2; & C &= \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n x_i y_i; \\
 D &= \sum_{i=1}^n y_i; & E &= \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n x_i; & F &= nB - E^2; \\
 b_0 &= \frac{BD - EC}{F}; & b_1 &= \frac{nC - ED}{AF}.
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Для улучшения полученной модели следует построить границы корреляционного поля. Для этого необходимо вычислить дисперсию адекватности модели S_{ad}^2 , дисперсию коэффициентов $b_0, b_1 - S_{b_0}^2, S_{b_1}^2$ и квадратичное отклонение S_{b_0}, S_{b_1} . Следует отметить, что при вычислении дисперсий коэффициентов должна использоваться дисперсия опытная, полученная во время постановки серии экспериментов, но чаще всего на данном этапе вычислений она недоступна, поэтому можно сделать по критерию Фишера предположение об адекватности модели, а следовательно об однородности дисперсий $S_{on}^2 = S_{ad}^2$. В случае достаточного количества исходных данных можно произвести процедуру отсеивания грубых ошибок несколько раз, с каждым разом улучшая линейную связь и уточняя коэффициенты b_0, b_1 .

Таким образом, дисперсия адекватности для двухпараметрической модели вычисляется по формуле

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum (y_i - y_{i \text{ расч}})^2}{\nu}, \tag{4.6}$$

где число степеней свободы $\nu = n - 2$.

Если исходная зависимость расположена в положительной системе координат, то дисперсия коэффициентов $S_{b_0}^2, S_{b_1}^2$ и квадратичные отклонения, соответствующие им, вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} S_{b_0}^2 &= S_{on}^2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\Delta}, & S_{b_1}^2 &= S_{on}^2 \frac{n}{\Delta}, \\ S_{b_0} &= \sqrt{S_{b_0}^2}, & S_{b_1} &= \sqrt{S_{b_1}^2}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Если исходная зависимость располагается как в положительном, так и в отрицательном секторах декартовой системы координат и использовались формулы (4.5), то

$$S_{b_0}^2 = S_{on}^2 \frac{B}{F}, \quad S_{b_1}^2 = S_{on}^2 \frac{n}{FA^2}. \quad (4.8)$$

Стандартные границы корреляционного поля вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} y_{i,\min} &= (b_0 - S_{b_0}) + (b_1 - S_{b_1})x_i, \\ y_{i,\max} &= (b_0 + S_{b_0}) + (b_1 + S_{b_1})x_i. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Далее в целях построения более корректной модели следует произвести отсев «выпадающих» точек, то есть исходных точек, не входящих в границы (4.9).

Конечную модель следует проверить при помощи статистических гипотез на значимость коэффициента корреляции, значимость коэффициента уравнения регрессии, а также на адекватность по критерию Фишера. Нулевая гипотеза для коэффициента корреляции и критерий адекватности проверяются так же, как для однопараметрической модели, а опытный критерий для проверки значимости коэффициентов модели вычисляется по формуле

$$t_{b_0}^{on} = \frac{|b_0|}{S_{b_0}}, \quad t_{b_1}^{on} = \frac{|b_1|}{S_{b_1}}. \quad (4.10)$$

Методика выполнения работы

1. Для начала следует установить корреляционную связь. При наличии сильной корреляционной связи достаточно построить корреляционное поле и сделать визуальную оценку наличия связи. Для количественной оценки вычисляется коэффициент корреляции по формуле (3.3). Таблицу для определения тесноты линейной связи см. в приложении 1.

2. Вычислить коэффициенты уравнения регрессии вида $y = b_0 + b_1x$ согласно методу наименьших квадратов по формулам (4.2) – (4.4) или (4.5).

3. Вычислить по формулам (4.7) дисперсии $S_{b_0}^2, S_{b_1}^2$ и квадратичные отклонения им соответствующие. В вычислениях следует использовать значения опытной выборочной дисперсии S_{on}^2 . В случае если S_{on}^2 неизвестна, согласно гипотезе о физической сущности моделируемого процесса положить $S_{on}^2 = S_{ad}^2$. Дисперсия адекватности для данного уравнения регрессии вычисляется по формуле (4.6).

4. Вычислить стандартные границы корреляционного поля и отсеять «выпадающие точки» для уточнения модели. При этом должно произойти уменьшение дисперсий и усиление силы линейной связи в соответствии с изменением коэффициента корреляции. Стандартные границы корреляционного поля вычисляются по формулам (4.9). Для удобства следует указать границы в табличном виде, а также построить график, на котором следует отразить исходную табличную зависимость (x_i, y_i) , верхние и нижние границы $(x_i, y_{i,\min}), (x_i, y_{i,\max})$, а также линию регрессии $(x_i, y_{i\text{ расч}})$.

5. Точки исходной табличной зависимости, не лежащие в границах корреляционного поля, следует отсеять и вычислить параметры модели заново, тем самым более точно рассчитать основные параметры.

6. Для полученной модели следует оценить качество аппроксимации с помощью критерия Стьюдента (аналогично лабораторной работе № 3):

1) проверить нулевую гипотезу $H_0 : r_{xy} = 0$;

2) проверить нулевую гипотезу $H_0 : b_0 = 0, H_0 : b_1 = 0$;

3) если известна опытная дисперсия S_{on}^2 , полученная на этапе проведения экспериментов, то следует проверить на адекватность полученное уравнение по критерию Фишера. Для этого вычисляется опытный критерий Фишера.

7. Сделать выводы по работе.

Примечание: выполнение лабораторной работы и оформление результатов аналогично примеру № 3.

Контрольные вопросы

1. Примеры реальных физических процессов моделируемых линейной двухпараметрической регрессией.

2. Отличие регрессии от методов точной интерполяции.

3. На каком основании допустимо упрощение $S_{on}^2 = S_{ad}^2$, если S_{on}^2 неизвестно?

4. Пересекаются ли границы корреляционного поля $y_{i,\min}, y_{i,\max}$?

5. Методика отсева «выпадающих» точек.

6. Критерий Фишера.

7. Дисперсия опытная и дисперсия адекватности S_{on}^2, S_{ad}^2 .

8. Каким образом учитывается погрешность экспериментальных данных при построении регрессионной модели?

9. Двухсторонний или односторонний критерий Стьюдента следует использовать при проверке статистических гипотез?

10. Результаты процедуры отсева точек, выходящих за границы корреляционного поля.

Лабораторная работа № 5

НЕЛИНЕЙНАЯ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ РЕГРЕССИЯ. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ

Цель работы: на основании экспериментальных данных, построить нелинейную двухпараметрическую регрессионную модель, используя метод линеаризации. Провести корреляционный анализ исходных данных. Проверить выполнение статистических гипотез для полученной модели.

Для выполнения работы использовать на выбор *OpenOffice Calc*, *Microsoft Excel* или символьные пакеты вычислений, такие как *Maxima* или *Wolfram Mathematica*.

Описание метода

В случае когда на основании визуальной оценки корреляционного поля и значения коэффициента корреляции можно сделать вывод о наличии зависимости нелинейного характера, следует строить нелинейную модель. Сложность выполнения данной задачи заключается в выборе уравнения регрессии правильного вида. Также, согласно методу наименьших квадратов, необходимо вывести расчетные формулы для параметров нелинейной модели.

Для решения задач подобного вида предлагается использовать метод линеаризации, фактически сводящий нелинейную задачу к линейной, которая решалась ранее. Сущность линеаризации заключается в преобразовании декартовой системы координат с целью приведения исходной нелинейной зависимости к линейному виду. Способ преобразования зависит от вида исходной нелинейной связи. Другими словами, для линеаризации необходимо осуществить замену переменных x, y на x', y' , вследствие чего для двухпараметрической зависимости параметры b_0, b_1 преобразуются к b'_0, b'_1 . Если способ линеаризации выбран верно, то в новой системе координат вычисляется коэффициент корреляции, подтверждающий состоятельность выбранного метода. Все формулы для расчета

параметров модели в новой системе координат совпадают со случаем линейной зависимости. Для получения нелинейной модели в исходной декартовой системе координат (x, y) необходимо осуществить обратный переход от (x', y') к (x, y) и от b'_0, b'_1 к b_0, b_1 .

Методика выполнения работы

1. При помощи замены переменных перейти от исходной нелинейной модели к линейной двухпараметрической и выполнить в новой системе координат пункты 1-7 лабораторной работы № 4.

2. Осуществить обратный переход от (x', y') к (x, y) и от b'_0, b'_1 к b_0, b_1 .

Построить модель в исходной системе координат (x, y) , изобразить на графике исходную табличную зависимость (x_i, y_i) , верхние и нижние границы $(x_i, y_{i, \min}), (x_i, y_{i, \max})$, а также линию регрессии $(x_i, y_{i, \text{расч}})$.

3. Сделать выводы по работе.

Пример линеаризации

Предположим, что исходная зависимость описывается нелинейным уравнением

$$y = b_0 b_1^x. \quad (5.1)$$

Линеаризовать предложенную зависимость можно операцией логарифмирования:

$$\begin{aligned} \ln y &= \ln b_0 + x \ln b_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow y' &= \ln y; \quad x' = x; \quad b'_0 = \ln b_0; \quad b'_1 = \ln b_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow y' = b'_0 + b'_1 x'. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Далее для построения регрессионной модели используется методика построения двухпараметрической линейной модели (лабораторная работа № 4), но в координатах (x', y') , и расчет ведется для коэффициентов b'_0, b'_1 . В конце расчетов для построения нели-

нейной модели в исходных координатах необходимо осуществить обратный переход.

Примечание. Выполнение лабораторной работы и оформление результатов аналогично примеру № 3.

Контрольные вопросы

1. Разрешима ли задача метода НК в общем виде? Можно ли в результате одной процедуры обращения к экспериментальным данным получить оптимальное уравнение регрессии и его параметры?

2. Процедура выбора уравнения регрессии оптимального вида.

3. Процедура линеаризации.

4. Графическое представление корреляционного поля в исходной и линеаризованной координатной системе.

5. В чем заключается сложность построения нелинейных моделей?

6. Примеры реальных физических процессов, моделируемых нелинейной зависимостью.

7. Алгоритм программы по выбору оптимальной формы уравнения регрессии.

8. Всегда ли возможен обратный переход от (x', y') к (x, y) ?

9. Какие вы знаете виды нелинейных зависимостей?

10. Каким образом можно получить корректную парную зависимость, если изначально процесс зависит от большего числа входных параметров?

Лабораторная работа № 6

ЛИНЕЙНАЯ МНОГОФАКТОРНАЯ РЕГРЕССИЯ

Цель работы: на основании экспериментальных данных построить линейную многофакторную регрессионную модель. Проверить выполнение статистических гипотез для полученной модели.

Для выполнения работы использовать на выбор *OpenOffice Calc*, *Microsoft Excel* или символьные пакеты вычислений, такие как *Maxima* или *Wolfram Mathematica*.

Описание метода

Пусть физический процесс зависит от некоторого количества входных параметров, т.е.

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k). \quad (6.1)$$

В явном виде простейшей многофакторной регрессией является линейное уравнение вида

$$y = b_0 + \sum_{j=1}^k b_j x_j, \quad (6.2)$$

где b_j – коэффициенты модели.

В общем виде таблица входных параметров для построения многофакторной модели выглядит следующим образом (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Входные параметры модели

№	x_0	$x_{1,i}$	$x_{j,i}$	$x_{k,i}$	y_i
1	1	$x_{1,1}$	$x_{j,1}$	$x_{k,1}$	y_1
i	1	$x_{1,i}$	$x_{j,i}$	$x_{k,i}$	y_i
n	1	$x_{1,n}$	$x_{j,n}$	$x_{k,n}$	y_n

Согласно (6.2), табл. 6.1 можно представить в матричном виде:

$$XB = Y, \quad (6.3)$$

откуда вектор коэффициентов B искомой модели, согласно методу наименьших квадратов, находится по формуле

$$B = (X^T X)^{-1} (X^T Y). \quad (6.4)$$

При этом дисперсия для коэффициентов $S_{b_j}^2$ находится умножением S_{on}^2 на диагональные элементы матрицы $(X^T X)^{-1}$. Как и ранее, отклонение вычисляется по формуле

$$S_{b_j} = \sqrt{S_{b_j}^2}. \quad (6.5)$$

Далее можно проверить значимость коэффициентов b_j , построив доверительные интервалы для них, то есть

$$b_j \pm S_{b_j}. \quad (6.6)$$

Если построенный таким образом интервал содержит 0, то данный коэффициент незначимо отличен от нуля и соответствующий ему фактор x_j не имеет значительного влияния на процесс. Если интервал не содержит 0, то делается альтернативный вывод. В целях корректировки модели при наличии незначимых коэффициентов из исходной таблицы значений удаляют незначимые факторы и производят перерасчет оставшихся коэффициентов.

Дисперсия адекватности модели рассчитывается по формуле

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum (y_i - y_{i_{расч}})^2}{\nu}, \quad (6.7)$$

где число степеней свободы $\nu = n - l$,

n – число экспериментальных точек,

l – количество параметров модели, т.е. количество коэффициентов b_j .

Проверка на адекватность проводится по критерию Фишера так же, как в случае однопараметрической и двухпараметрической линейной модели.

Методика выполнения работы

1. По исходным данным представить зависимость в матричном виде (6.3) и вычислить коэффициенты b_j линейной многофакторной регрессии, используя (6.4).

2. Рассчитать $S_{b_j}^2, S_{b_j}$, в случае, если S_{on}^2 неизвестна, положить $S_{on}^2 = S_{ad}^2$.

3. Построить доверительные интервалы для коэффициентов b_j по правилу (6.6). Сделать вывод о значимости коэффициентов. При наличии незначимых факторов перестроить модель без их учета.

4. Рассчитать S_{ad}^2 для конечной модели и сделать вывод об адекватности модели по критерию Фишера (при наличии S_{on}^2).

5. Сделать выводы по работе.

Пример 4

Известно, что на механическую скорость бурения влияет осевая нагрузка на долото и расход промывочной жидкости. Смоделируем эту зависимость.

Входные данные задачи представлены на рис. 6.1.

№	Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
1.	3,3	4000	4200
2.	3,1	5000	3600
3.	2,4	8000	2400
4.	2,46	6000	3000
5.	1,65	7000	3600

Рис. 6.1. Таблица значений механической скорости бурения при определенной осевой нагрузке и расходе промывочной жидкости

№	x_0	x_1	x_2	y
1,00	1,00	4000,00	4200,00	3,30
2,00	1,00	5000,00	3600,00	3,10
3,00	1,00	8000,00	2400,00	2,40
4,00	1,00	6000,00	3000,00	2,46
5,00	1,00	7000,00	3600,00	1,65

Рис. 6.2. Представление зависимости в матричном виде

	8,8215		14,175		3,76497
b_j	-0,0006	$S_{b_j}^2$	8,1E-08	S_{b_j}	0,00029
	-0,0008		4,3E-07		0,00066

Рис. 6.3. Расчётные параметры: коэффициенты уравнения регрессии, их дисперсии и отклонения

На рис. 6.2 представлена зависимость в матричном виде. Результаты расчетов приведены на рис. 6.3.

Очевидно, что при построении доверительных интервалов $b_j \pm S_{b_j}$ ни один из коэффициентов не содержит 0, поэтому можно считать, что все полученные коэффициенты b_j значимо отличны от нуля, и построенная зависимость имеет вид

$$y = 8,8215 - 0,0006x_1 - 0,0008x_2, \quad (6.8)$$

где y – механическая скорость бурения (м/ч),

x_1 – осевая нагрузка на долото (Н),

x_2 – расход промывочной жидкости (л/ч).

Далее вычисляется дисперсия адекватности и по критерию Фишера производится проверка на адекватность (при наличии дисперсии опытной).

Контрольные вопросы

1. По какой причине для построения многофакторной линейной регрессии предложено использование матричного аппарата?
2. Поверхность какой формы образует уравнение регрессии, полученное в этой работе?
3. Каким образом вычисляется число степеней свободы для дисперсии адекватности при многофакторной регрессии?
4. В каких случаях при вычислении дисперсий коэффициентов b_j вместо дисперсии воспроизводимости можно использовать дисперсию адекватности?
5. Понятие «факторное пространство».
6. Функцию от какого количества факторов можно представить графически в трёхмерном пространстве?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методы аппроксимации, представленные в данном лабораторном практикуме полностью применимы для обобщения данных, полученных опытным путем. Статистические гипотезы позволяют аргументированно обосновать адекватность построенной модели либо дать рекомендации по методам ее улучшения. Важно отметить, что представленные методы являются лишь малой частью от существующих методик аппроксимации. Существует большое количество методик построения полиномиальной интерполяции, а также широкое применение получил метод интерполяции сплайнами. Значимым является тот факт, что не существует совершенной методики по выбору формы аппроксимирующей функции, и ответственность за выбор необходимой формы уравнения лежит на обработчике информации. Также важно принять во внимание, что методы аппроксимации не учитывают физической сущности процесса, и исследователю необходимо самостоятельно сопоставлять математическую модель с физической постановкой задачи.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Цивинский, Д.Н.* Разнообразие форм уравнений парной регрессии: учеб. пособие / Д.Н. Цивинский. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2002. – 80 с.
2. *Цивинский, Д.Н.* Применение метода пассивного эксперимента в нефтегазовом деле: учеб. пособие / Д.Н. Цивинский. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2002. – 83 с.
3. *Цивинский, Д.Н.* Применение статистического метода анализа в нефтегазовом деле: учеб. пособие / Д.Н. Цивинский. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2013. – 376 с.
4. *Губин, В.И.* Статистические методы обработки экспериментальных данных: учеб. пособие для студентов технических вузов / В.И. Губин, В.Н. Осташков. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2007. – 202 с.
5. *Никитин В.И.* Применение методов математического моделирования для управления свойствами буровых растворов / В.И. Никитин, В.В. Живаева // Ашировские чтения: Сборник трудов Международной научно-практической конференции. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2015.
6. *Говорова А.Б.* Моделирование параметров бурения скважин / А.Б. Говорова // Материалы Всероссийской научно-методической конференции. – Оренбург: Издательско-полиграфический комплекс «Университет», 2014.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

ТАБЛИЦА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕСНОТЫ ЛИНЕЙНОЙ СВЯЗИ ПО КОЭФФИЦИЕНТУ КОРРЕЛЯЦИИ

Теснота связи	Коэффициент корреляции	
	Возрастающая	Убывающая
Линейной связи нет	$[0;0.2)$	$(-0.2;0]$
Слабая	$[0.2;0.5)$	$(-0.5;-0.2]$
Средняя	$[0.5;0.75)$	$(-0.75;-0.5]$
Сильная	$[0.75;0.95)$	$(-0.95;0.75]$
Почти функциональная	$[0.95;1)$	$(-1;-0.95)$
Функциональная	1	-1

КРИТЕРИЙ СТЬЮДЕНТА

Число степеней свободы ν	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0.10	0.05	0,02	0.01	0,002	0.001
1	6.3138	12.7062	12.7062	63.6567	318.3081	636.6189
2	2.9200	4.3027	4.3027	9.9248	22.3271	31.5991
3	2.3534	3.1824	3.1824	5.8409	10.2145	12.9240
4	2.1318	2.7764	2.7764	4.6041	7.1732	8.6103
5	2.0150	2.5706	2.5706	4.0321	5.8934	6.8688
6	1.9432	2.4469	2.4469	3.7074	5.2076	5.9588
7	1.8946	2.3646	2.3646	3.4995	4.7853	5.4079
8	1.8595	2.3060	2.3060	3.3554	4.5008	5.0413
9	1.8331	2.2622	2.2622	3.2498	4.2968	4.7809
10	1.8125	2.2281	2.2281	3.1693	4.1437	4.5869
11	1.7959	2.2010	2.2010	3.1058	4.0247	4.4370
12	1.7823	2.1788	2.1788	3.0545	3.92	4.3178
13	1.7709	2.1604	2.1604	3.0123	3.8520	4.2208
14	1,7613	2.1448	2.1448	2,9768	3.7874	4.1405
15	1.7531	2.1314	2.1314	2.9467	3.7328	4.0728
16	1.7459	2.1199	2.1199	2.9208	3.6862	4.0150
17	1.7396	2.1098	2.1098	2.8982	3.6458	3.9651
18	1.7341	2.1009	2.1009	2.8784	3.6105	3.9216
19	1.7291	2.0930	2.0930	2.8609	3.5794	3.8834
20	1.7247	2.0860	2.0860	2.8453	3.5518	3.8495
21	1.7207	2.07%	2.07%	2.8314	3,5272	3.8193
	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0001	0.0005
	Уровень значимости α (односторонняя критическая область)					

Число степеней свободы ν	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
22	1.7171	2.0739	2.0739	2.8188	3.5050	3.7921
23	1,7139	2.0687	2.0687	2.8073	3.4850	3.7676
24	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.4668	3.7454
25	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.4502	3.7251
26	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	3.4350	3.7066
27	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.4210	3.68%
28	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.4082	3.6739
29	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564	3.3962	3.6594
30	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500	3.3852	3.6460
35	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238	3.3400	3.5911
40	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	3.3069	3.5510
45	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896	3.2815	3.5203
50	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	3.2614	3.4960
60	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	3.2317	3.4602
70	1.6669	1.9944	1.3808	2.6479	3.2108	3.4350
80	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	3.1953	3.4163
90	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316	3.1833	3.4019
100	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259	3.1737	3.3905
120	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174	3.1595	3.3735
200	1.6525	1.9719	2.3451	2.6006	3.1315	3,3398
	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905
	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0001	0.0005
	Уровень значимости (односторонняя критическая область) α					

КРИТЕРИЙ ФИШЕРА ДЛЯ УРОВНЯ ЗНАЧИМОСТИ $\alpha = 0,05$

v_1	v_2												
	2	3	4	6	10	15	20	30	40	60	120	∞	
2	19,0	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5
3	9,55	9,28	9,12	8,94	8,79	8,70	8,66	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53	8,53
4	6,94	6,59	6,39	6,16	5,96	5,86	5,80	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63	5,63
5	5,79	5,41	5,19	4,95	4,74	4,62	4,56	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36	4,36
6	5,14	4,76	4,53	4,28	4,06	3,94	3,87	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67	3,67
7	4,74	4,35	4,12	3,87	3,64	3,51	3,44	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23	3,23
8	4,46	4,07	3,84	3,58	3,35	3,22	3,15	3,08	3,04	3,01	2,97	2,92	2,92
9	4,26	3,86	3,63	3,37	3,14	3,01	2,94	2,86	2,83	2,79	2,74	2,71	2,71
10	4,10	3,71	3,48	3,22	2,98	2,95	2,77	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54	2,54
11	3,98	3,59	3,36	3,09	2,85	2,72	2,65	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40	2,40
12	3,89	3,49	3,26	3,00	2,75	2,62	2,54	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30	2,30
13	3,81	3,41	3,18	2,92	2,67	2,53	2,46	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21	2,21
14	3,74	3,34	3,11	2,85	2,60	2,46	2,39	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13	2,13
15	3,68	3,29	3,06	2,79	2,54	2,40	2,33	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07	2,07
16	3,63	3,24	3,01	2,74	2,49	2,35	2,28	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01	2,01
17	3,59	3,20	2,96	2,70	2,45	2,31	2,23	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96	1,96
18	3,55	3,16	2,93	2,66	2,41	2,27	2,19	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92	1,92
19	3,52	3,13	2,90	2,63	2,38	2,23	2,16	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88	1,88
20	3,49	3,10	2,87	2,60	2,35	2,20	2,12	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84	1,84
21	3,47	3,07	2,84	2,57	2,32	2,18	2,10	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81	1,81
22	3,44	3,05	2,82	2,55	2,30	2,15	2,07	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78	1,78
23	3,42	3,03	2,80	2,53	2,27	2,13	2,05	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76	1,76
24	3,40	3,01	2,78	2,51	2,25	2,11	2,03	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73	1,73
25	3,39	2,99	2,76	2,49	2,24	2,09	2,01	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71	1,71
30	3,32	2,92	2,69	2,42	2,16	2,01	1,93	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62	1,62
40	3,23	2,84	2,61	2,34	2,08	1,92	1,84	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51	1,51
60	3,15	2,76	2,53	2,25	1,99	1,84	1,75	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39	1,39
120	3,07	2,68	2,45	2,17	1,91	1,75	1,66	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25	1,25
∞	3,00	2,60	2,37	2,10	1,83	1,67	1,57	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00	1,00

ФОРМЫ УРАВНЕНИЙ ПАРНОЙ РЕГРЕССИИ

№	Формы уравнений парной регрессии	Линеаризующие преобразования				
		Линеаризованная форма уравнения	Замена координат		Замена коэффициентов уравнения	
			y'	x'	b'_0	b'_1
1	$y = b_1 x$	$y = b_1 x$	y	x	0	b_1
2	$y = b_0 + b_1 x$	$y = b_0 + b_1 x$	y	x	b_0	b_1
3	$y = b_0 + b_1/x$	$y = b_0 + b_1/x$	y	$1/x$	b_0	b_1
4	$y = 1/(b_0 + b_1 x)$	$1/y = b_0 + b_1 x$	$1/y$	x	b_0	b_1
5	$y = b_0 x/(b_1 + x)$	$1/y = 1/b_0 + b_1/b_0 x$	$1/y$	$1/x$	$1/b_0$	b_1/b_0
6	$y = x/(b_0 + b_1 x)$	$x/y = b_0 + b_1 x$	x/y	x	b_0	b_1
7	$y = x/(b_0 + b_1/x)$	$x/y = b_0 + b_1/x$	x/y	$1/x$	b_0	b_1
8	$y = b_0 b_1^x$	$\ln y = \ln b_0 + x \ln b_1$	$\ln y$	x	$\ln b_0$	$\ln b_1$
9	$y = b_0 + b_1 \ln x$	$y = b_0 + b_1 \ln x$	y	$\ln x$	b_0	b_1
10	$y = b_0 x^{b_1}$	$\ln y = \ln b_0 + b_1 \ln x$	$\ln y$	$\ln x$	$\ln b_0$	b_1
11	$y = b_0 x / \exp(b_1 x)$	$\ln(x/y) = -\ln b_0 + b_1 \ln(x/y)$	$\ln(x/y)$	x	$-\ln b_0$	b_1
12	$y = x/(b_0 + b_1 \ln x)$	$x/y = b_0 + b_1 \ln x$	x/y	$\ln x$	b_0	b_1
13	$y = 1/(b_0 + b_1 \ln x)$	$1/y = b_0 + b_1 \ln x$	$1/y$	$\ln x$	b_0	b_1
14	$y = b_0 \exp(b_1/x)$	$\ln y = \ln b_0 + b_1(1/x)$	$\ln y$	$1/x$	$\ln b_0$	b_1
15	$y = 1/(b_0 + b_1 \exp(-x))$	$1/y = b_0 + b_1 \exp(-x)$	$1/y$	e^{-x}	b_0	b_1
16	$y = b_0 + b_1 \exp(-x)$	$y = b_0 + b_1 \exp(-x)$	y	e^{-x}	b_0	b_1
Трёхпараметрические уравнения						
17	$y = b_0 + b_1 x^h$	$y = b_0 + b_1 x^h$	y	x^h	b_0	b_1
18	$y = \exp(b_0 + (b_1/x + h))$	$\ln y = b_0 + b_1(1/(x+h))$	$\ln y$	$(x+h)^{-1}$	b_0	b_1

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ № 1 И 2

Вариант 00

В научной лаборатории были получены образцы цементного камня различного времени выдержки. Образцы испытаны на прочность. Результаты испытаний представлены в виде парной зависимости $\sigma = f(t)$, сутки.

t , сутки	0.01	2.0	7	14	28	40	60
σ , МПа	0.01	5.4	6.4	7.6	7.7	8.3	8.4

Вариант 01

В научной лаборатории была исследована зависимость растворимости безводного KCl в воде от температуры в г/100 г раствора. Результаты исследований представлены в таблице в виде парной зависимости $c = f(t)$.

t , °C	0.001	10	20	30	40	50
c , г/100 г	21.9	23.8	25.5	27.1	28.6	30

Вариант 02

В научной лаборатории, была исследована зависимость удельной плотности буферной жидкости от количество утяжелителя (барита) G , добавляемого в глинистый раствор. Результаты исследований представлены в виде парной зависимости $\rho = (G)$.

G , кг/т	0.01	50	200	300	400	560	720
ρ , кг/м ³	1050	1100	1190	1300	1390	1500	1600

Вариант 03

В научной лаборатории была исследована зависимость статического напряжения сдвига бурового раствора от времени. Результаты испытаний представлены в виде парной зависимости $\tau_0 = f(t)$.

t , ч.	0.2	0.6	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0
τ_0 Мг/см ²	26.6	36.5	40.0	51.0	50	56.0	60.0

Вариант 04

В научной лаборатории была исследована зависимость растворимости безводного KCl в воде от температуры в г/100 г раствора. Результаты исследований представлены в таблице в виде парной зависимости $c = f(t)$.

$t, ^\circ C$	50	60	70	80	90	100
$c, \text{г/100 г}$	30	31.4	33.4	33.9	37.2	36

Вариант 05

В научной лаборатории была исследована зависимость удельной плотности буферной жидкости от количество утяжелителя (барита) G , добавляемого в глинистый раствор. Результаты исследований представлены в виде парной зависимости $\rho = (G)$.

$G, \text{кг/т}$	400	560	720	800	1300	1400	1590
$\rho, \text{кг/м}^3$	1390	1500	1600	1750	1900	1910	2000

Вариант 06

В научной лаборатории была исследована зависимость статического напряжения сдвига бурового раствора от времени. Результаты испытаний представлены в виде парной зависимости $\tau_0 = f(t)$.

$t, \text{ч.}$	2.0	3.0	4.0	6.0	8.0	10	12
$\tau_0, \text{Мг/см}^2$	50	56.0	60.0	67.0	73.0	79.0	83

Вариант 07

Из рецепта щелочного силикатного геля представлена зависимость срока схватывания от концентрации активатора $(NH_4)_2CO_3$.

$(NH_4)_2CO_3$	1,03	0,87	0,74	0,65	0,63	0,58	0,52
$t, \text{ч.}$	1	2	3	4	5	10	15

Вариант 08

Результаты исследования влияния Na_2CO_3 на вязкость при низких скоростях сдвига бурового раствора из 15 % талалаевского глинопорошка.

$Na_2CO_3, \%$	0	1,5	3	4,5	5	6
ВНСС, сПз	729,1	1589,6	1929,6	2379,4	2683,5	3598,7

Вариант 09

Результаты исследования влияния Na_2CO_3 на вязкость при низких скоростях сдвига бурового раствора из 20 % талалаевского глинопорошка.

$Na_2CO_3, \%$	0	1,5	3	4,5	5	6
ВНСС, сПз	3119,6	3889,9	4349,1	4709,5	4980,3	5408,2

Вариант 10

Результаты исследования влияния Na_2CO_3 на условную вязкость бурового раствора из 10 % воскресенского глинопорошка.

$Na_2CO_3, \%$	0	1,5	3	4,5	6
УВ, с.	14	21	28	24	23

Вариант 11

Результаты исследования влияния Na_2CO_3 на вязкость при низких скоростях сдвига бурового раствора из 10 % воскресенского глинопорошка.

$Na_2CO_3, \%$	0	1,5	3	4,5	6
ВНСС, сПз	3999	30993	56688	61787	100000

Вариант 12

Представлена зависимость времени сшивания вязкоупругого состава при концентрации ПАА 0,4 % от $ClCr_3$.

$ClCr_3$, части	10	20	30	40	50	60
t , ч.	16,8	8,0	3,0	0,7	0,1	0,001

Вариант 13

Представлена зависимость времени сшивания вязкоупругого состава при концентрации ПАА 0,3 % от $ClCr_3$.

$ClCr_3$, части	10	20	30	40	50	60
t , ч.	57,4	36,6	21,7	11,4	4,8	0,8

Вариант 14

Представлена зависимость времени сшивания вязкоупругого состава при концентрации ПАА 0,2% от $ClCr_3$.

$ClCr_3$, части	10	20	30	40	50	60	70	80	90
t , ч.	104,4	71,7	46,8	28,6	16,0	8,0	3,5	1,4	0,7

Вариант 15

Представлена зависимость времени сшивания вязкоупругого состава при концентрации ПАА 0,2 % от $ClCr_3$.

$ClCr_3$, части	60	70	80	90	100
t , ч.	8,0	3,5	1,4	0,7	0,3

Вариант 16

Представлена зависимость времени сшивания вязкоупругого состава при концентрации ПАА 0,1 % от $ClCr_3$.

$ClCr_3$, части	10	20	30	40	50	60
t , ч.	157,8	113,2	78,3	52,1	33,6	21,6

Вариант 17

Представлена зависимость времени сшивания вязкоупругого состава при концентрации ПАА 0,1 % от $ClCr_3$.

$ClCr_3$, части	60	70	80	90	100
t , ч.	21,6	15,1	13,1	14,4	17,9

Вариант 18

Представлена зависимость ширины раскрытия трещины w , м от размера частиц кольматанта, мкм.

h , мкм	570	530	370	650	850
w , м	0,57	0,53	0,37	0,65	0,85

Вариант 19

Зависимость плотности воды от температуры.

T , °C	0	12	20	28	33	40	45
ρ , кг/м ³	999,8	999,5	998,2	996,2	994,7	992,2	990,2

Вариант 20

Зависимость плотности воды от температуры.

$T, ^\circ C$	45	50	60	70	80	90
$\rho, \text{кг/м}^3$	990,2	988,0	983,2	977,8	971,8	965,3

Вариант 21

Зависимость плотности воды от температуры.

$T, ^\circ C$	8	15	22	27	33	38
$\rho, \text{кг/м}^3$	999,8	999,1	997,8	996,5	994,7	993,0

Вариант 22

Зависимость плотности воды от температуры.

$T, ^\circ C$	40	45	50	60	66	70	78	80
$\rho, \text{кг/м}^3$	992,2	990,2	988,0	983,2	980,0	977,8	973,0	971,8

Вариант 23

Зависимость динамической вязкости воды от температуры.

$T, ^\circ C$	0	10	20	30	40	50	60
$\mu \cdot 10^3, \text{Па} \cdot \text{с}$	1,793	1,308	1,0026	0,7977	0,6532	0,5471	0,4668

Вариант 24

Зависимость динамической вязкости воды от температуры.

$T, ^\circ C$	70	76	80	86	90	98
$\mu \cdot 10^3, \text{Па} \cdot \text{с}$	0,4045	0,3735	0,3550	0,3300	0,3150	0,2883

Вариант 25

Зависимость динамической вязкости воды от температуры.

$T, ^\circ C$	15	20	25	30	35	40	45
$\mu \cdot 10^3, \text{Па} \cdot \text{с}$	1,1391	1,0026	0,8907	0,7977	0,7196	0,6532	0,5963

Вариант 26

Зависимость динамической вязкости воды от температуры.

$T, ^\circ C$	45	50	54	60	66	70
$\mu \cdot 10^3, \text{Па} \cdot \text{с}$	0,5963	0,5471	0,5124	0,4668	0,4276	0,4045

Вариант 27

Зависимость кинематической вязкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	4	10	14	18	20	24
$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$	1,569	1,308	1,171	1,0554	1,0045	0,9139

Вариант 28

Зависимость кинематической вязкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	24	27	30	32	34
$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$	0,9139	0,8545	0,8012	0,7687	0,7383

Вариант 29

Зависимость кинематической вязкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	34	37	40	43	45	48
$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$	0,7383	0,6964	0,6583	0,6236	0,6022	0,5723

Вариант 30

Зависимость кинематической вязкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	48	50	54	58	60	62	64
$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$	0,5723	0,5537	0,5196	0,4890	0,4748	0,4613	0,4485

Вариант 31

Зависимость кинематической вязкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	64	66	68	72	76	78	80
$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$	0,4485	0,4363	0,4247	0,4031	0,3833	0,3741	0,3653

Вариант 32

Зависимость кинематической вязкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	82	86	88	90	96	98
$\nu \cdot 10^6, \text{м}^2/\text{с}$	0,3568	0,3410	0,3335	0,3264	0,3065	0,3004

Вариант 33

Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	0	2	4	6	8	10
$\sigma \cdot 10^3, \text{Дж}/\text{м}^2$	75,64	75,36	75,08	74,79	74,51	74,23

Вариант 34

Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	10	12	14	16	18	20
$\sigma \cdot 10^3, \text{Дж/м}^2$	74,23	73,94	73,64	73,35	73,05	72,75

Вариант 35

Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	20	22	24	26	28	30
$\sigma \cdot 10^3, \text{Дж/м}^2$	72,75	72,44	72,13	71,83	71,51	71,20

Вариант 36

Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	30	32	36	38	40	42
$\sigma \cdot 10^3, \text{Дж/м}^2$	71,20	70,89	70,25	69,93	69,60	69,27

Вариант 37

Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	42	43	44	45	46	47	48
$\sigma \cdot 10^3, \text{Дж/м}^2$	69,27	69,11	68,95	68,78	68,6	68,45	68,28

Вариант 38

Зависимость содержания сероводорода от pH.

pH	7	7,5	8	9	10	11	12
Процентное содержание S^{2-} в виде H_2S	50	25	10	1	0,1	0,01	0,001

Вариант 39

Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	49	50	52	54	56	58	60
$\sigma \cdot 10^3, \text{Дж/м}^2$	68,12	67,94	67,61	67,27	66,93	66,59	66,24

Вариант 40

Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	62	64	66	68	70
$\sigma \cdot 10^3, \text{Дж/м}^2$	65,89	65,54	65,18	64,83	64,47

Вариант 41

Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	72	74	76	78	80
$\sigma \cdot 10^3, \text{Дж/м}^2$	64,12	63,76	63,40	63,04	62,67

Вариант 42

Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	72	74	76	78	80
$\sigma \cdot 10^3, \text{Дж/м}^2$	64,12	63,76	63,40	63,04	62,67

Вариант 43

Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	82	84	86	88	90	92
$\sigma \cdot 10^3, \text{Дж/м}^2$	62,30	61,93	61,56	61,19	60,82	60,44

Вариант 44

Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	90	92	94	96	98
$\sigma \cdot 10^3, \text{Дж/м}^2$	60,82	60,44	60,06	59,68	59,29

Вариант 45

Зависимость коэффициента теплового расширения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	0	2	4	6	8
$\beta \cdot 10^4, \text{K}^{-1}$	-0,683	-0,328	0,003	0,313	0,605

Вариант 46

Зависимость коэффициента теплового расширения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	8	10	11	12
$\beta \cdot 10^4, \text{K}^{-1}$	0,605	0,880	1,012	1,141

Вариант 47

Зависимость коэффициента теплового расширения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	12	15	17	20
$\beta \cdot 10^4, \text{K}^{-1}$	1,141	1,509	1,740	2,068

Вариант 48

Зависимость коэффициента теплового расширения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	20	22	24	26	28
$\beta \cdot 10^4, \text{K}^{-1}$	2,068	2,275	2,475	2,667	2,853

Вариант 49

Зависимость коэффициента теплового расширения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	28	30	32	34	36	38
$\beta \cdot 10^4, \text{K}^{-1}$	2,853	3,033	3,206	3,37	3,539	3,698

Вариант 50

Зависимость коэффициента теплового расширения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	38	40	42	44	46	48	50
$\beta \cdot 10^4, \text{K}^{-1}$	3,698	3,853	4,004	4,151	4,295	4,437	4,575

Вариант 51

Зависимость коэффициента теплового расширения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	50	52	54	56	58	60	62
$\beta \cdot 10^4, \text{K}^{-1}$	4,575	4,71	4,844	4,974	5,103	5,23	5,355

Вариант 52

Зависимость коэффициента теплового расширения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	62	64	66	68	70	72
$\beta \cdot 10^4, \text{K}^{-1}$	5,355	5,478	5,599	5,719	5,838	5,955

Вариант 53

Зависимость коэффициента теплового расширения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	72	74	76	78	80	82
$\beta \cdot 10^4, \text{K}^{-1}$	5,955	6,071	6,185	6,299	6,411	6,523

Вариант 54

Зависимость коэффициента теплового расширения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	82	84	86	88	90
$\beta \cdot 10^4, \text{K}^{-1}$	6,523	6,634	6,744	6,853	6,962

Вариант 55

Зависимость коэффициента теплового расширения воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	92	94	96	98	100
$\beta \cdot 10^4, \text{K}^{-1}$	7,070	7,178	7,286	7,393	7,500

Вариант 56

Зависимость удельной теплоёмкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	0	2	4	6	8
$C_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	4217,6	4210,7	4204,8	4199,9	4195,6

Вариант 57

Зависимость удельной теплоёмкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	8	10	12	14	16	18
$C_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	4195,6	4192,1	4189,2	4186,7	4184,7	4183,0

Вариант 58

Зависимость удельной теплоёмкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	18	20	22	24	26	28
$C_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	4183	4181,7	4180,7	4179,8	4179,2	4178,8

Вариант 59

Зависимость удельной теплоёмкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	28	30	32	34	36	38
$C_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	4178,8	4178,5	4178,3	4178,2	4178,3	4178,4

Вариант 60

Зависимость удельной теплоёмкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	40	42	44	46	48	50
$C_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	4178,6	4178,9	4179,2	4179,7	4180,1	4180,7

Вариант 61

Зависимость удельной теплоёмкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	52	54	56	58	60	62
$C_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	4181,3	4182,0	4182,7	4183,5	4184,4	4185,3

Вариант 62

Зависимость удельной теплоёмкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	64	66	68	70	72	74
$C_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	4186,3	4187,4	4188,5	4189,7	4190,9	4192,2

Вариант 63

Зависимость удельной теплоёмкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	74	76	78	80	82	84
$C_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	4192,2	4193,6	4195,0	4196,5	4198,1	4199,7

Вариант 64

Зависимость удельной теплоёмкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	84	86	88	90	92
$C_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	4199,7	4201,4	4203,2	4205,0	4207,0

Вариант 65

Зависимость удельной теплоёмкости воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	92	94	96	98	100
$C_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	4207,0	4209,1	4211,4	4213,8	4216,4

Вариант 66

Зависимость коэффициента теплопроводности воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	0	2	4	6	8
$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0,5665	0,5701	0,5735	0,5767	0,5798

Вариант 67

Зависимость коэффициента теплопроводности воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	8	10	12	14	16	18
$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0,5798	0,5828	0,5859	0,5891	0,5922	0,5953

Вариант 68

Зависимость коэффициента теплопроводности воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	18	20	22	24	26	28
$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0,5953	0,5983	0,6014	0,6044	0,6074	0,6104

Вариант 69

Зависимость коэффициента теплопроводности воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	28	30	32	34	36	38	40
$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0,6104	0,6133	0,6162	0,619	0,6218	0,6246	0,6273

Вариант 70

Зависимость коэффициента теплопроводности воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	40	42	44	46	48	50	52
$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0,6273	0,6299	0,6325	0,6351	0,6375	0,64	0,6423

Вариант 71

Зависимость коэффициента теплопроводности воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	54	56	58	60	62	64	66
$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0,6446	0,6469	0,649	0,6511	0,6532	0,6552	0,6571

Вариант 72

Зависимость коэффициента теплопроводности воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	66	68	70	72	74	76
$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0,6571	0,6589	0,6607	0,6625	0,6641	0,6657

Вариант 73

Зависимость коэффициента теплопроводности воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	76	78	80	82	84	86
$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0,6657	0,6672	0,6689	0,6704	0,6718	0,6730

Вариант 74

Зависимость коэффициента теплопроводности воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	86	88	90	92	94
$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0,6730	0,6741	0,6751	0,6760	0,6768

Вариант 75

Зависимость коэффициента теплопроводности воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	86	88	90	92	94
$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0,6730	0,6741	0,6751	0,6760	0,6768

Вариант 76

Зависимость коэффициента теплопроводности воды от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	90	92	94	96	98	100
$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0,6751	0,6760	0,6768	0,6775	0,6782	0,6788

Вариант 77

Зависимость прочности цемента от времени застывания при температуре в $1 ^\circ\text{C}$.

$t, \text{сутки}$	1	2	3	7	14	21	28
Прочность, %	1	3	5	15	31	42	52

Вариант 78

Зависимость прочности цемента от времени застывания при температуре в $5 ^\circ\text{C}$.

$t, \text{сутки}$	1	2	3	7	14	21	28
Прочность, %	4	8	11	25	45	58	68

Вариант 79

Зависимость прочности цемента от времени застывания при температуре в $10 ^\circ\text{C}$.

$t, \text{сутки}$	1	2	3	7	14	21	28
Прочность, %	6	12	18	37	60	74	83

Вариант 80

Зависимость прочности цемента от времени застывания при температуре в 20 °С.

t , сутки	1	2	3	7	14	21	28
Прочность, %	13	23	33	55	80	92	100

Вариант 81

Зависимость прочности цемента от времени застывания при температуре в 30 °С.

t , сутки	1	2	3	7	14	21
Прочность, %	23	38	49	72	92	100

Вариант 82

Зависимость прочности цемента от времени застывания при температуре в 40 °С.

t , сутки	1	2	3	7	14	21
Прочность, %	32	54	66	87	100	100

Вариант 83

Зависимость прочности цемента от времени застывания при температуре в 50 °С.

t , сутки	1	2	3	7	14
Прочность, %	43	76	85	100	100

Вариант 84

Результаты расчета изменения температуры нефти и ее вязкости при изменении температуры закачиваемой воды.

$T_{\text{воды}}, ^\circ\text{C}$	80	100	120	140	160	180	200
$T_{\text{нефти}}, ^\circ\text{C}$	44.51	55.07	65.71	76.35	86.99	97.62	108.26

Вариант 85

Результаты расчета изменения температуры нефти и ее вязкости при изменении температуры закачиваемой воды.

$T_{\text{воды}}, ^\circ\text{C}$	200	220	240	260	280	300
$T_{\text{нефти}}, ^\circ\text{C}$	108.26	118.90	129.53	140.17	150.81	161.45

Вариант 86

Зависимость скорости движения бурового раствора в кольцевом пространстве скважины от скорости движения колонны труб при проведении СПО.

$v_{\text{бк}}, \text{м/с}$	0	2,631	4,26	4,32	6	6,5
$v_{\text{бп}}, \text{м/с}$	0	2,046	3,13	3,359	4,666	5,02

Вариант 87

Зависимость давления на забое от скорости спуска бурильных труб при проведении СПО.

$v_{\text{бк}}, \text{м/с}$	0	2,631	4,26	4,32	6	6,5
$P, \text{МПа}$	39,701	41,727	47,387	54,475	66,518	70,21

Вариант 88

Представлена таблица, соответствующая скорости бурильной колонны за различные временные промежутки при проведении СПО.

$t, \text{с}$	0	2,2	3,6	5	6,25
$v_{\text{бк}}, \text{м/с}$	0	2,631	4,32	6	6

Вариант 89

Представлена таблица, соответствующая скорости бурильной колонны за различные временные промежутки при проведении СПО.

$t, \text{с}$	6,25	7,7	9,058	10	11	12,5
$v_{\text{бк}}, \text{м/с}$	6	4,26	2,631	1,56	0,8	0

Вариант 90

Представлена таблица, соответствующая скорости бурильной колонны за различные временные промежутки при проведении СПО.

$t, \text{с}$	0	3	5	7	9	11
$v_{\text{бк}}, \text{м/с}$	0	1	3	5	8	7

Вариант 91

Представлена таблица, соответствующая скорости бурильной колонны за различные временные промежутки при проведении СПО.

$t, \text{с}$	0	2,5	4	7,5	9
$v_{\text{бк}}, \text{м/с}$	0	3	6	6	4

Вариант 92

Зависимость скорости движения бурового раствора в кольцевом пространстве скважины от скорости движения колонны труб при проведении СПО.

$v_{\text{ок}}, \text{ м/с}$	0,5	1	1,5	1,75	2
$v_{\text{оп}}, \text{ м/с}$	0,1	0,45	0,8	1,25	1,4

Вариант 93

Плотность воздуха в зависимости от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	-50	-45	-40	-35	-30	-25	-20
$\rho, \text{ кг/м}^3$	1,584	1,549	1,515	1,484	1,453	1,424	1,395

Вариант 94

Плотность воздуха в зависимости от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	-15	-10	-5	0	10	15
$\rho, \text{ кг/м}^3$	1,369	1,342	1,318	1,293	1,247	1,226

Вариант 95

Плотность воздуха в зависимости от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	20	30	40	50	60
$\rho, \text{ кг/м}^3$	1,205	1,165	1,128	1,093	1,06

Вариант 96

Плотность воздуха в зависимости от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	40	50	60	70	80	90
$\rho, \text{ кг/м}^3$	1,128	1,093	1,06	1,029	1	0,972

Вариант 97

Плотность воздуха в зависимости от температуры.

$T, ^\circ\text{C}$	80	90	100	110	120	130	140
$\rho, \text{ кг/м}^3$	1	0,972	0,946	0,922	0,898	0,876	0,854

Вариант 98

Плотность воздуха в зависимости от температуры.

$T, ^\circ C$	120	130	140	150	160	170	180
$\rho, \text{кг/м}^3$	0,898	0,876	0,854	0,835	0,815	0,797	0,779

Вариант 99

Плотность воздуха в зависимости от температуры.

$T, ^\circ C$	180	190	200	250	300	350	400	450
$\rho, \text{кг/м}^3$	0,779	0,763	0,746	0,674	0,615	0,566	0,524	0,49

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 3

Представлены зависимости гидравлических параметров в безразмерном виде, где x – входной параметр процесса, y – выходной.

Вариант 00							
x	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5		
y	1,5	1	3,5	5	6,5		
Вариант 01							
x	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	
y	3	2	7	10	13	16	
Вариант 02							
x	1	2	3	4	5	6	7
y	5	4	11	12	15,2	18	21
Вариант 03							
x	0,5	1	1,5	3	4,5	5,5	
y	1	4,2	9	12,1	18,6	23,5	
Вариант 04							
x	3	12	15	21	30	42	48
y	1,5	11	5	11,3	15	20	25
Вариант 05							
x	2	3	4	5	7	9	10
y	1	1,7	1,33	3,7	3,6	4,7	5,25
Вариант 06							
x	4	8	10	14	18	22	
y	4	3	7	10	13	16	
Вариант 07							
x	1	4	7	10	13	16	
y	2	6	27	38	50	60	
Вариант 08							
x	2	5	8	11	14	17	20
y	2	12	14	20	25	30	35

Вариант 09

x	1	3	5	7	9	11	12
y	14	25	25	59	75	91	99

Вариант 10

x	2	4	6	8	10	12	
y	30	34	40	67	84	99	

Вариант 11

x	1	3	5	7	9	11	13
y	3	33	40	55	72	86	99

Вариант 12

x	2	5	8	11	14	20	
y	11	46	45	60	80	111	

Вариант 13

x	2	4	6	8	10	12	
y	18	31	62	70	88	104	

Вариант 14

x	2	4	6	8	10	12	
y	18	31	62	70	88	104	

Вариант 15

x	4	6	8	10	12	14	16
y	12	12	16	18	24	29	33

Вариант 16

x	3	6	9	12	15	18	21
y	4	32	34	52	57	68	83

Вариант 17

x	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
y	2	12	23	25	30	38	42

Вариант 18

x	4	6	8	10	12	14	16
y	6	19	19	25	30	34	38

Вариант 19

x	4	5	6	7	8	9	10
y	22	40	41	50	55	64	69

Вариант 20

x	6	7	8	9	10	11	12
y	39	66	64	74	79	90	96

Вариант 21

x	1	3	5	7	9	11	13
y	1	19	20	29	35	44	51

Вариант 22

x	2	4	6	8	10	12	14
y	1	7	7	9	11	14	16

Вариант 23

x	4	6	8	10	12	14	16
y	4	39	45	61	70	80	96

Вариант 24

x	1	4	7	10	13	16	19
y	9	6	21	32	38	50	57

Вариант 25

x	2	5	8	11	14	17	20
y	3	35	30	45	53	68	75

Вариант 26

x	3	6	9	12	15	18	21
y	3	35	34	48	56	73	78

Вариант 27

x	1	2	3	4	5	6	7
y	5	30	32	46	54	65	77

Вариант 28

x	2	3	4	5	6	7	8
y	9	42	47	57	70	80	90

Вариант 29

x	3	4	5	6	7	8	9
y	10	49	55	69	80	90	99

Вариант 30

x	4	5	6	7	8	9	10
y	2	31	22	28	30	35	38

Вариант 31

x	1	3	5	7	9	11	13
y	9	8	20	27	36	43	52

Вариант 32

x	2	4	6	8	10	12	14
y	2	10	9	15	18	22	25

Вариант 33

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	2	39	40	51	63	77	90	99

Вариант 34

x	1	3	5	7	9	11	
y	3	2	7	10	13	16	

Вариант 35

x	2	4	6	8	10	12	14
y	5	4	11	11,7	15,2	18	21

Вариант 36

x	1	2	3	6	9	11	
y	10	42	90	122	185	235	

Вариант 37

x	1	4	5	7	10	14	16
y	1,5	11	5	11	15	20	25

Вариант 38

x	2	3	4	5	7	9	10
y	3	5	4	11	11	14	16

Вариант 39

x	2	4	5	7	9	11	13
y	4	3	7	10	13	16	19

Вариант 40

x	1	4	7	10	13	16
y	2	6	27	38	50	60

Вариант 41

x	2	5	8	11	14	17	20
y	2	12	14	20	25	30	35

Вариант 42

x	1	3	5	7	9	11	12
y	14	25	25	59	75	91	99

Вариант 43

x	2	4	6	8	10	12
y	30	34	40	67	84	99

Вариант 44

x	1	3	5	7	9	11	13
y	3	33	40	55	72	85	99

Вариант 45

x	2	5	8	11	14	20
y	11	46	45	60	80	111

Вариант 46

x	2	4	6	8	10	12
y	18	31	62	70	88	104

Вариант 47

x	3	5	7	9	11	13
y	36	39	60	76	94	110

Вариант 48

x	4	6	8	10	12	14	16
y	12	12	16	18	24	29	33

Вариант 49							
x	3	6	9	12	15	18	21
y	4	32	34	52	57	68	83
Вариант 50							
x	1	2	3	4	5	6	7
y	2	12	23	25	30	38	42
Вариант 51							
x	2	3	4	5	6	7	8
y	6	19	19	25	30	34	38
Вариант 52							
x	4	5	6	7	8	9	10
y	22	40	51	50	55	64	69
Вариант 53							
x	6	7	8	9	10	11	12
y	39	66	64	74	79	90	96
Вариант 54							
x	1	3	5	7	9	11	13
y	1	19	20	29	35	44	51
Вариант 55							
x	2	4	6	8	10	12	14
y	1	7	7	9	11	14	16
Вариант 56							
x	4	6	8	10	12	14	16
y	4	39	45	61	70	80	96
Вариант 57							
x	1	4	7	10	13	16	19
y	9	6	21	32	38	50	57
Вариант 58							
x	2	5	8	11	14	17	20
y	3	35	30	45	53	68	75
Вариант 59							
x	3	6	9	12	15	18	21
y	3	35	34	48	56	73	78

Вариант 60

x	1	2	3	4	5	6	7
y	5	30	32	46	54	65	77

Вариант 61

x	2	3	4	5	6	7	8
y	9	42	47	57	70	80	90

Вариант 62

x	3	4	5	6	7	8	9
y	10	49	55	69	80	90	99

Вариант 63

x	4	5	6	7	8	9	10
y	2	31	22	28	30	35	38

Вариант 64

x	1	3	5	7	9	11	13
y	9	8	20	27	36	43	52

Вариант 65

x	2	4	6	8	10	12	14
y	2	10	9	15	18	22	25

Вариант 66

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	2	39	40	51	63	77	90	99

Вариант 67

x	1	3	5	7	9	11	
y	3	2	7	10	13	16	

Вариант 68

x	2	4	6	8	10	12	13
y	5	4	11	12	16	18	22

Вариант 69

x	1	2	3	6	9	11	
y	20	84	180	244	370	470	

Вариант 70							
x	1	4	5	7	10	14	16
y	1,5	11	5	11	15	20	25
Вариант 71							
x	2	3	4	5	7	9	10
y	3	5	4	11	11	14	16
Вариант 72							
x	2	4	5	7	9	11	13
y	4	3	7	10	13	16	19
Вариант 73							
x	1	4	7	10	13	16	
y	2	6	27	38	50	60	
Вариант 74							
x	2	5	8	11	14	17	20
y	2	12	14	20	25	30	35
Вариант 75							
x	1	3	5	7	9	11	12
y	14	25	25	59	75	91	99
Вариант 76							
x	2	3	4	5	6	7	8
y	9	42	47	57	70	80	90
Вариант 77							
x	1	3	5	7	9	11	13
y	3	33	40	55	72	85	99
Вариант 78							
x	2	5	8	11	14	20	
y	11	46	45	60	80	111	
Вариант 79							
x	2	4	6	8	10	12	
y	18	31	62	70	88	104	

Вариант 80							
x	3	5	7	9	11	13	
y	36	39	60	76	94	110	
Вариант 81							
x	4	6	8	10	12	14	16
y	12	12	16	18	24	29	33
Вариант 82							
x	3	6	9	12	15	18	21
y	4	32	34	52	57	68	83
Вариант 83							
x	1	2	3	4	5	6	7
y	2	12	23	25	30	38	42
Вариант 84							
x	2	3	4	5	6	7	8
y	6	19	19	25	30	34	38
Вариант 85							
x	4	5	6	7	8	9	10
y	22	40	41	50	55	64	69
Вариант 86							
x	6	7	8	9	10	11	12
y	39	66	64	74	79	90	96
Вариант 87							
x	1	3	5	7	9	11	13
y	1	19	20	29	35	44	51
Вариант 88							
x	2	4	6	8	10	12	14
y	1	7	7	9	11	14	16
Вариант 89							
x	4	6	8	10	12	14	16
y	4	39	45	61	70	80	96

Вариант 90								
x	1	4	7	10	13	16	19	
y	9	6	21	32	38	50	57	
Вариант 91								
x	2	5	8	11	14	17	20	
y	3	35	30	45	53	68	75	
Вариант 92								
x	3	6	9	12	15	18	21	
y	3	35	34	48	56	73	78	
Вариант 93								
x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	2	39	40	51	63	77	90	99
Вариант 94								
x	2	4	6	8	10	12		
y	30	34	40	67	84	99		
Вариант 95								
x	3	4	5	6	7	8	9	
y	10	49	55	69	80	90	99	
Вариант 96								
x	4	5	6	7	8	9	10	
y	2	31	22	28	30	35	38	
Вариант 97								
x	1	3	5	7	9	11	13	
y	9	8	20	27	36	43	52	
Вариант 98								
x	2	4	6	8	10	12	14	
y	2	10	9	15	18	22	25	
Вариант 99								
x	1	2	3	4	5	6	7	
y	5	30	32	46	54	65	77	

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 4

В каждом варианте задана эмпирическая зависимость измеряемого параметра y при различных значениях входного параметра x . Также указано количество параллельных экспериментов, проведенных для установления зависимости, и имеется информация о дисперсии воспроизводимости, вычисленной при первичной обработке данных.

Вариант 00									
x	2	4	6	8	10	12	14		
y	6	7	9	11	16	14	15		
$N_{оп} = 7, S_{оп}^2 = 0,0333$									
Вариант 01									
x	1	3	5	7	9	11			
y	23	52	80	108	136	162			
$N_{он} = 5, S_{он}^2 = 0,14$									
Вариант 02									
x	2	4	6	7	8	10	12		
y	35	62	91	117	118	146	177		
$N_{он} = 9, S_{он}^2 = 0,777$									
Вариант 03									
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	23	35	52	71	79,5	91	95	119,5	136
$N_{он} = 8, S_{он}^2 = 0,895$									
Вариант 04									
x	1	2	3	4	5	6	8	10	
y	23	24,5	52	62	80	108	122	146	
$N_{он} = 5, S_{он}^2 = 0,56$									
Вариант 05									
x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	35	48	62	80	99	108	121	133	142
$N_{он} = 7, S_{он}^2 = 1,53$									

Вариант 06

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	52	67	78	92	108	138	136	147	162

$$N_{on} = 6, S_{on}^2 = 0,678$$

Вариант 07

x	1	2	4	7	9	10	13
y	23	40	62	108	126	146	190

$$N_{on} = 8, S_{on}^2 = 1,521$$

Вариант 08

x	2	5	7	8	11	14	20
y	35	81	95	117	163	205	287

$$N_{on} = 8, S_{on}^2 = 1,436$$

Вариант 09

x	1	3	5	6	7	9	11
y	12	28	44	54	59	75	91

$$N_{on} = 10, S_{on}^2 = 0,0397$$

Вариант 10

x	2	3	4	6	8	10	11	12
y	20	29	35	51	67	84	90	99

$$N_{on} = 7, S_{on}^2 = 0,111$$

Вариант 11

x	1	2,5	4	5,5	7	8,5	10	11,5	13
y	14	28	38	52	63	75	87	95	111

$$N_{on} = 11, S_{on}^2 = 0,234$$

Вариант 12

x	2	3,5	5	8	11	12,5	14
y	21	32	46	41	89	106	119

$$N_{on} = 7, S_{on}^2 = 1,897$$

Вариант 13

x	2	4	6	7	8	10	12
y	20	38	51	68	70	84	104

$$N_{on} = 6, S_{on}^2 = 1,05$$

Вариант 14

x	3	5	6	7	8	9	11	13
y	29	46	54	62	64	76	94	110

$$N_{on} = 3, \quad S_{on}^2 = 0,0578$$

Вариант 15

x	4	5	7	8	9	12	14
y	37	48	50	69	83	102	121

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 2,73$$

Вариант 16

x	3	5	7	9	11	13	15
y	28	45	64	73	105	125	153

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 1,62$$

Вариант 17

x	1	2	3	4	5	6	7
y	4	6	6	7	7	8	9

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,028$$

Вариант 18

x	2	3	4	5	6	7	8
y	4	6	7	8	8,5	10	10,5

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,01234$$

Вариант 19

x	4	5	6	6	7	8	9	10	11
y	7	9	8	14	11	10	13	12	14

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 4,284$$

Вариант 20

x	5	6	7	7	7,5	9	10	11	12
y	7	9	19	9,5	11	11,5	13	14	15,5

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 4,04964$$

Вариант 21

x	1	3	5	7	9	11	13
y	4	6	8	10	14	13	15

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,0214$$

Вариант 22

x	2	4	6	8	10	12	14
y	6	7	9	11	16	14	15

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 0,0333$$

Вариант 23

x	4	6	8	10	12	14	16
y	7	9	11	16	14	15	18

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,05438$$

Вариант 24

x	1	4	7	10	13	16
y	4	7	10	15	15	18

$$N_{on} = 4, \quad S_{on}^2 = 0,0115$$

Вариант 25

x	2	5	8	11	14	17	20
y	6	8	11	13	10	17	20

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 0,03458$$

Вариант 26

x	6	9	12	4	17	21
y	3	6	9	12	15	18

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,04267$$

Вариант 27

x	1	2	3	4	5	6	7
y	6	8	10	11	12	13	14

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,019$$

Вариант 28

x	2	3	4	5	6	7	8
y	9,7	9	10	11	14	15	17

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,05153$$

Вариант 29

x	3	4	5	6	7	8	9	10
y	11	11,2	13,2	14,3	14,9	16,2	16,8	17,8

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,007687$$

Вариант 30

x	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	10	11	12,8	12,9	16	17	18,5	20,5	22

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,02347$$

Вариант 31

x	1	3	5	7	9	11	13
y	7	10	12	15	17	20	23

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 0,0289$$

Вариант 32

x	2	4	6	8	10	12	14
y	8	10	14	16	19	22	25

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,2225$$

Вариант 33

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	2	2	3	3	4	2	4	5

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,01668$$

Вариант 34

x	1	3	5	7	9	11	13	15
y	2	3	4	4	5	5	5	6

$$N_{on} = 4, \quad S_{on}^2 = 0,095$$

Вариант 35

x	2	4	6	8	10	12	14	16
y	3	3	4	4	6	5	5	6

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,4679$$

Вариант 36

x	1	2	3	4	5	6	7
y	10	11	10	12	13	13	14

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,01336$$

Вариант 37

x	2	3	4	5	6	7	8
y	10	11	12	14	13	14	15

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 0,3214$$

Вариант 38

x	3	4	5	6	7	8	9	10
y	11	12	13	13,6	13,2	15	16	16,8

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,00461$$

Вариант 39

x	3	4	5	6	7	8	9	10
y	11	9,5	13	14	15	16	17	19

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 0,5735$$

Вариант 40

x	1	3	5	7	9	11
y	23	52	80	108	136	162

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,14$$

Вариант 41

x	2	4	6	7	8	10	12
y	35	62	91	117	118	146	177

$$N_{on} = 9, \quad S_{on}^2 = 0,777$$

Вариант 42

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	23	35	52	71	79,5	91	95	119,5	136

$$N_{on} = 8, \quad S_{on}^2 = 0,895$$

Вариант 43

x	1	2	3	4	5	7	8	10
y	23	24,5	52	62	80	108	122	146

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,56$$

Вариант 44

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	35	48	62	80	99	108	121	133	142

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 1,53$$

Вариант 45

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	52	67	78	92	108	138	136	147	162

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,678$$

Вариант 46

x	1	2	4	7	9	10	13
y	23	40	62	108	126	146	190

$$N_{on} = 8, \quad S_{on}^2 = 1,521$$

Вариант 47

x	2	5	7	8	11	14	20
y	35	81	95	117	163	205	287

$$N_{on} = 8, \quad S_{on}^2 = 1,436$$

Вариант 48

x	1	3	5	6	7	9	11
y	12	28	44	54	59	75	91

$$N_{on} = 10, \quad S_{on}^2 = 0,0397$$

Вариант 49

x	2	3	4	6	8	10	11	12
y	20	29	35	51	67	84	90	99

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 0,111$$

Вариант 50

x	1	2,5	4	5,5	7	8,5	10	11,5	13
y	14	28	38	52	36	75	87	95	111

$$N_{on} = 11, \quad S_{on}^2 = 0,234$$

Вариант 51

x	2	3,5	5	8	11	12,5	14
y	21	32	46	71	89	106	119

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 1,897$$

Вариант 52

x	2	4	6	7	8	10	12
y	20	38	51	68	70	84	104

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 1,05$$

Вариант 53

x	3	5	6	7	8	9	11	13
y	29	46	54	62	64	76	94	110

$$N_{on} = 3, \quad S_{on}^2 = 0,0578$$

Вариант 54

x	4	5	7	8	9	12	14
y	37	48	50	69	83	102	121

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 2,73$$

Вариант 55

x	3	5	7	9	11	13	15
y	28	45	64	73	105	125	153

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 1,62$$

Вариант 56

x	1	2	3	4	5	6	7
y	4	6	6	7	7	8	9

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,028$$

Вариант 57

x	2	3	4	5	6	7	8
y	4	6	7	8	8,5	10	10,5

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,01234$$

Вариант 58

x	4	5	6	6	7	8	9	10	11
y	7	9	8	14	11	10	13	12	14

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 4,284$$

Вариант 59

x	5	6	7	7	7,5	9	10	11	12
y	7	9	19	9,5	11	11,5	13	14	15,5

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,04964$$

Вариант 60

x	1	3	5	7	9	11	13
y	4	6	8	10	14	13	15

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,0214$$

Вариант 61

x	2	4	6	8	10	12	14
y	6	7	9	11	16	14	15

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 0,0333$$

Вариант 62

x	4	6	8	10	12	14	16
y	7	9	11	16	14	15	18

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,05438$$

Вариант 63

x	1	4	7	10	13	16
y	4	7	10	15	15	18

$$N_{on} = 4, \quad S_{on}^2 = 0,0115$$

Вариант 64

x	2	5	8	11	14	17	20
y	6	8	11	13	10	17	20

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 0,03458$$

Вариант 65

x	4	6	9	12	17	21
y	12	3	6	9	15	18

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,04267$$

Вариант 66

x	1	2	3	4	5	6	7
y	6	8	10	11	12	13	14

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,019$$

Вариант 67

x	2	3	4	5	6	7	8
y	9,7	9	10	11	14	15	17

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,05153$$

Вариант 68

x	3	4	5	6	7	8	9	10
y	11	11,2	13,2	14,3	14,9	16,2	16,8	17,8

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,007687$$

Вариант 69

x	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	10	11	12,8	12,9	16	17	18,5	20,5	22

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,02347$$

Вариант 70

x	1	3	5	7	9	11	13
y	7	10	12	15	17	20	23

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 0,0289$$

Вариант 71

x	2	4	6	8	10	12	14
y	8	10	14	16	19	22	25

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,225$$

Вариант 72

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	2	2	3	3	4	2	4	5

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,01668$$

Вариант 73

x	1	3	5	7	9	11	13	15
y	2	3	4	4	5	5	5	6

$$N_{on} = 4, \quad S_{on}^2 = 0,095$$

Вариант 74

x	5	4	6	8	10	12	14	16
y	3	3	4	4	6	5	5	6

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,4679$$

Вариант 75

x	1	2	3	4	5	6	7
y	10	11	10	12	13	13	14

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,01336$$

Вариант 76

x	2	3	4	5	6	7	8
y	10	11	12	14	13	14	15

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 0,3214$$

Вариант 77

x	3	4	5	6	7	8	9	10
y	11	12	13	13,6	13,2	15	16	16,8

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,00461$$

Вариант 78

x	3	4	5	6	7	8	9	10
y	11	9,5	13	14	15	16	17	19

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 0,5735$$

Вариант 79

x	1	3	5	7	9	11
y	23	52	80	108	136	162

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,14$$

Вариант 80

x	2	4	6	7	8	10	12
y	35	62	91	117	118	146	177

$$N_{on} = 9, \quad S_{on}^2 = 0,777$$

Вариант 81

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	23	35	52	71	79,5	91	95	119,5	136

$$N_{on} = 8, \quad S_{on}^2 = 0,895$$

Вариант 82

x	1	2	3	4	5	7	8	10
y	23	24,5	52	62	80	108	122	146

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,66$$

Вариант 83

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	35	48	62	80	99	108	121	133	142

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 1,53$$

Вариант 84

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	52	67	78	92	108	138	136	147	162

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,678$$

Вариант 85

x	1	2	4	7	9	10	13
y	23	40	62	108	126	146	190

$$N_{on} = 8, \quad S_{on}^2 = 1,521$$

Вариант 86

x	2	5	7	8	11	14	20
y	35	81	95	117	163	205	287

$$N_{on} = 8, S_{on}^2 = 1,436$$

Вариант 87

x	1	3	5	6	7	9	11
y	12	28	44	54	59	75	91

$$N_{on} = 10, S_{on}^2 = 0,0397$$

Вариант 88

x	2	3	4	6	8	10	11	12
y	20	29	35	51	67	84	90	99

$$N_{on} = 7, S_{on}^2 = 0,111$$

Вариант 89

x	1	2,5	4	5,5	7	8,5	10	11,5	13
y	14	28	38	52	63	75	87	95	111

$$N_{on} = 11, S_{on}^2 = 0,234$$

Вариант 90

x	2	3,5	5	8	11	12,5	14
y	21	32	46	71	89	106	119

$$N_{on} = 7, S_{on}^2 = 1,897$$

Вариант 91

x	2	4	6	7	8	10	12
y	20	38	51	68	70	84	104

$$N_{on} = 6, S_{on}^2 = 1,05$$

Вариант 92

x	3	5	6	7	8	9	11	13
y	29	46	54	62	64	76	94	110

$$N_{on} = 3, S_{on}^2 = 0,0578$$

Вариант 93

x	4	5	7	8	9	12	14
y	37	48	50	69	83	102	121

$$N_{on} = 6, S_{on}^2 = 2,73$$

Вариант 94

x	3	5	7	9	11	13	15
y	28	45	64	73	105	125	153

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 1,62$$

Вариант 95

x	1	2	3	4	5	6	7
y	4	6	6	7	7	8	9

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,028$$

Вариант 96

x	2	3	4	5	6	7	8
y	4	6	7	8	8,5	10	10,5

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,01234$$

Вариант 97

x	4	5	6	6	7	8	9	10	11
y	7	9	8	14	11	10	13	12	14

$$N_{on} = 7, \quad S_{on}^2 = 4,284$$

Вариант 98

x	5	6	7	7	7,5	9	10	11	12
y	7	9	19	9,5	11	11,5	13	14	15,5

$$N_{on} = 5, \quad S_{on}^2 = 0,04964$$

Вариант 99

x	1	3	5	7	9	11	13
y	4	6	8	10	14	13	15

$$N_{on} = 6, \quad S_{on}^2 = 0,0214$$

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 5

Представлена зависимость объёма фильтрата бурового раствора, проходящего через фильтрационную бумагу под действием перепада давлений, от времени процесса. Во время фильтрации наблюдался рост фильтрационной корки. Эксперимент проводился на стандартном фильтр-прессе.

Задание: Необходимо построить эмпирическую модель исходя из теоретического уравнения фильтрации при росте фильтрационной корки. Т.е. использовать уравнение вида $y = b_0 x^{b_1}$ и соответствующую ему линеаризацию (приложение 4, пункт 10).

Дополнительное задание: доказать правильность проведения процедур линеаризации, предложенных в приложении 4.

Вариант 00

t , мин	1	3	5	7,5	10	20
Q , мл	8,8	12,6	15	18,4	21,2	29

Доказать правильность линеаризации № 3, приложение 4.

Вариант 01

t , мин	3	5	7,5	10	20
Q , мл	12,6	15	18,4	21,2	29

Доказать правильность линеаризации № 4, приложение 4.

Вариант 02

t , мин	3	5	7,5	10	20	25
Q , мл	12,6	15	18,4	21,2	29	32

Доказать правильность линеаризации № 5, приложение 4.

Вариант 03

t , мин	3	5	20	25	30
Q , мл	12,6	15	29	32	35,8

Доказать правильность линеаризации № 6, приложение 4.

Вариант 04

t , мин	1	3	5	7,5	10	20	30
Q , мл	8,8	12,6	15	18,4	21,2	29	35,8

Доказать правильность линеаризации № 7, приложение 4.

Вариант 05

t , мин	1	3	5	7,5	10	20	30
Q , мл	7,5	11,6	14,6	17,4	20	27,8	33,8

Доказать правильность линеаризации № 8, приложение 4.

Вариант 06

t , мин	1	3	5	10	20	30
Q , мл	7,5	11,6	14,6	20	27,8	33,8

Доказать правильность линеаризации № 9, приложение 4.

Вариант 07

t , мин	1	3	5	10	20	30
Q , мл	7,8	11,9	14,8	20,3	28,1	34,3

Доказать правильность линеаризации № 10, приложение 4.

Вариант 08

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25
Q , мл	8,3	12,2	15,2	18	20,8	25,1	28,6	31,6

Доказать правильность линеаризации № 11, приложение 4.

Вариант 09

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	30
Q , мл	8,3	12,2	15,2	17,8	20,8	25,1	28,1	35,1

Доказать правильность линеаризации № 12, приложение 4.

Вариант 10

t , мин	1	3	5	10	15	20	25	30
Q , мл	8,3	12,2	15,2	20,8	25,1	28,1	31,2	35,1

Доказать правильность линеаризации № 13, приложение 4.

Вариант 11

t , мин	1	3	5	10	15	20	25	30
Q , мл	1,5	2,4	3	4,2	5	5,8	6,4	7,1

Доказать правильность линеаризации № 14, приложение 4.

Вариант 12

t , мин	3	5	7,5	15	20	25	30
Q , мл	2,2	3	3,7	5	5,8	6,4	7,1

Доказать правильность линеаризации № 15, приложение 4.

Вариант 13

t , мин	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	2,2	2,8	3,3	3,9	4,8	5,6	6,2	6,8

Доказать правильность линеаризации № 16, приложение 4.

Вариант 14

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	1,4	2,3	2,9	3,5	4,1	4,9	5,7	6,3	7

Доказать правильность линеаризации № 3, приложение 4.

Вариант 15

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	25	30
Q , мл	1,3	2,3	2,9	3,4	4,0	4,9	6,3	6,9

Доказать правильность линеаризации № 4, приложение 4.

Вариант 16

t , мин	1	3	5	7,5	15	25	30
Q , мл	1,4	2,3	2,9	3,6	4,9	6,3	7

Доказать правильность линеаризации № 5, приложение 4.

Вариант 17

t , мин	1	3	5	7,5	15	25	30
Q , мл	2,6	4	4,8	5,6	6,4	9	9,8

Доказать правильность линеаризации № 6, приложение 4.

Вариант 18

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	25	30
Q , мл	2,6	4	4,8	5,6	6,4	8,3	9	9,8

Доказать правильность линеаризации № 7, приложение 4.

Вариант 19

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	30
Q , мл	1,6	2,9	3,8	4,6	5,4	6,8	7,9	9,8

Доказать правильность линеаризации № 8, приложение 4.

Вариант 20

t , мин	1	3	5	7,5	20	25	30
Q , мл	1,6	2,9	3,8	4,6	7,9	8,9	9,8

Доказать правильность линеаризации № 9, приложение 4.

Вариант 21

t , мин	1	3	5	7,5	25	30
Q , мл	1,6	2,9	3,8	4,6	8,9	9,8

Доказать правильность линеаризации № 10, приложение 4.

Вариант 22

t , мин	1	3	5	7,5	10	20	25	30
Q , мл	1,2	2,1	3	3,8	4,9	7	8,1	8,9

Доказать правильность линеаризации № 11, приложение 4.

Вариант 23

t , мин	1	5	7,5	10	20	25	30
Q , мл	1,4	3,4	3,4	5,2	7,5	8,5	9,4

Доказать правильность линеаризации № 12, приложение 4.

Вариант 24

t , мин	1	3	5	7,5	10	20	25	30
Q , мл	1,4	2,5	3,4	3,4	5,2	7,5	8,5	9,4

Доказать правильность линеаризации № 13, приложение 4.

Вариант 25

t , мин	1	3	5	10	20	30
Q , мл	1,4	2,5	3,4	5,2	7,5	9,4

Доказать правильность линеаризации № 14, приложение 4.

Вариант 26

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	1,3	2,3	3,2	4	5	6,2	7,2	8,3	9,1

Доказать правильность линеаризации № 15, приложение 4.

Вариант 27

t , мин	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	2,3	3,2	4	5	6,2	7,2	8,3	9,1

Доказать правильность линейаризации № 16, приложение 4.

Вариант 28

t , мин	3	5	7,5	10	20	25	30
Q , мл	2,3	3,2	4	5	7,2	8,3	9,1

Доказать правильность линейаризации № 3, приложение 4.

Вариант 29

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	1,5	2,6	3,5	4,3	5,2	6,5	7,6	8,6	9,5

Доказать правильность линейаризации № 4, приложение 4.

Вариант 30

t , мин	1	3	5	7,5	20	30
Q , мл	1,5	2,6	3,5	4,3	7,6	9,5

Доказать правильность линейаризации № 6, приложение 4.

Вариант 31

t , мин	1	3	5	7,5	10	20	30
Q , мл	1,5	2,6	3,5	4,3	5,2	7,6	9,5

Доказать правильность линейаризации № 7, приложение 4.

Вариант 32

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	1	1,8	2,4	3,2	3,8	4,7	5,5	6,2	6,9

Доказать правильность линейаризации № 8, приложение 4.

Вариант 33

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	30
Q , мл	1	1,8	2,4	3,2	3,8	4,7	5,5	6,9

Доказать правильность линейаризации № 9, приложение 4.

Вариант 34

t , мин	1	3	5	7,5	10	20	30
Q , мл	1	1,8	2,4	3,2	3,8	5,5	6,9

Доказать правильность линейаризации № 10, приложение 4.

Вариант 35

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	0,7	1,6	2,2	2,9	3,5	4,5	5,3	6	6,6

Доказать правильность линеаризации № 11, приложение 4.

Вариант 36

t , мин	1	3	5	10	15	25	30
Q , мл	0,7	1,6	2,2	3,5	4,5	6	6,6

Доказать правильность линеаризации № 12, приложение 4.

Вариант 37

t , мин	1	3	5	7,5	15	20	25	30
Q , мл	0,7	1,6	2,2	2,9	4,5	5,3	6	6,6

Доказать правильность линеаризации № 13, приложение 4.

Вариант 38

t , мин	1	3	5	7,5	15	20	30
Q , мл	1,5	2,6	3,5	4,3	6,5	7,6	9,5

Доказать правильность линеаризации № 5, приложение 4.

Вариант 39

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25
Q , мл	0,9	1,7	2,3	3,1	3,7	4,6	5,4	6,1

Доказать правильность линеаризации № 15, приложение 4.

Вариант 40

t , мин	1	3	5	10	15	20	30
Q , мл	0,9	1,7	2,3	3,7	4,6	5,4	6,8

Доказать правильность линеаризации № 16, приложение 4.

Вариант 41

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	0,9	1,7	2,3	3,1	3,7	4,6	5,4	6,1	6,8

Доказать правильность линеаризации № 3, приложение 4.

Вариант 42

t , мин	1	3	5	10	15	20	25	30
Q , мл	0,9	1,7	2,3	3,7	4,6	5,4	6,1	6,8

Доказать правильность линеаризации № 4, приложение 4.

Вариант 43

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	0,9	1,7	2,3	3,1	3,7	4,6	5,4	6,1	6,8

Доказать правильность линеаризации № 5, приложение 4.

Вариант 44

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	0,8	1,7	2,3	3,1	3,7	4,6	5,4	6,1	6,7

Доказать правильность линеаризации № 6, приложение 4.

Вариант 45

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	25	30
Q , мл	0,8	1,7	2,3	3,1	3,7	4,6	6,1	6,7

Доказать правильность линеаризации № 7, приложение 4.

Вариант 46

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	30
Q , мл	0,8	1,7	2,3	3,1	3,7	4,6	6,7

Доказать правильность линеаризации № 8, приложение 4.

Вариант 47

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	0,9	1,7	2,3	3,1	3,7	4,6	5,4	6,1	6,8

Доказать правильность линеаризации № 9, приложение 4.

Вариант 48

t , мин	1	3	5	7,5	15	20	25	30
Q , мл	0,9	1,7	2,3	3,1	4,6	5,4	6,1	6,8

Доказать правильность линеаризации № 10, приложение 4.

Вариант 49

t , мин	1	3	5	7,5	20	25
Q , мл	0,9	1,7	2,3	3,1	5,4	6,1

Доказать правильность линеаризации № 11, приложение 4.

Вариант 50

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	3,2	4,6	5,2	6	6,8	8	9	10	10,6

Доказать правильность линеаризации № 12, приложение 4.

Вариант 51

t , мин	1	3	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	3,2	4,6	6	6,8	8	9	10	10,6

Доказать правильность линеаризации № 13, приложение 4.

Вариант 52

t , мин	1	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	3,2	6	6,8	8	9	10	10,6

Доказать правильность линеаризации № 14, приложение 4.

Вариант 53

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	2,9	4,3	4,9	5,8	6,6	7,8	8,6	9,7	10

Доказать правильность линеаризации № 15, приложение 4.

Вариант 54

t , мин	1	3	5	7,5	10	20	30
Q , мл	2,9	4,3	4,9	5,8	6,6	8,6	10

Доказать правильность линеаризации № 3, приложение 4.

Вариант 55

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	3,1	4,5	5,1	5,9	6,7	7,9	8,8	9,9	10,3

Доказать правильность линеаризации № 4, приложение 4.

Вариант 56

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	30
Q , мл	3,1	4,5	5,1	5,9	6,7	7,9	8,8	10,3

Доказать правильность линеаризации № 5, приложение 4.

Вариант 57

t , мин	1	3	7,5	10	20	25	30
Q , мл	3,1	4,5	5,9	6,7	8,8	9,9	10,3

Доказать правильность линеаризации № 6, приложение 4.

Вариант 58

t , мин	1	3	5	7,5	10	20	25	30
Q , мл	3,1	4,5	5,1	5,9	6,7	8,8	9,9	10,3

Доказать правильность линеаризации № 7, приложение 4.

Вариант 59

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	3	4,4	5	5,9	6,7	7,9	8,7	9,8	10,2

Доказать правильность линеаризации № 8, приложение 4.

Вариант 60

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	30
Q , мл	3	4,4	5	5,9	6,7	7,9	8,7	10,2

Доказать правильность линеаризации № 9, приложение 4.

Вариант 61

t , мин	1	3	5	7,5	15	25	30
Q , мл	3	4,4	5	5,9	7,9	9,8	10,2

Доказать правильность линеаризации № 10, приложение 4.

Вариант 62

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	3,1	4,5	5,1	5,9	6,7	7,9	8,9	9,9	10,4

Доказать правильность линеаризации № 11, приложение 4.

Вариант 63

t , МИН	1	3	5	7,5	15	20	25	30
Q , МЛ	3,1	4,5	5,1	5,9	7,9	8,9	9,9	10,4

Доказать правильность линеаризации № 12, приложение 4.

Вариант 64

t , МИН	1	3	5	7,5	15	20	30
Q , МЛ	3,1	4,5	5,1	5,9	7,9	8,9	10,4

Доказать правильность линеаризации № 13, приложение 4.

Вариант 65

t , МИН	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , МЛ	2,8	3,8	4,4	5	5,8	6,8	7,8	8,4	9

Доказать правильность линеаризации № 14, приложение 4.

Вариант 66

t , МИН	1	3	5	7,5	10	20	25	30
Q , МЛ	2,8	3,8	4,4	5	5,8	7,8	8,4	9

Доказать правильность линеаризации № 15, приложение 4.

Вариант 67

t , МИН	1	3	5	7,5	15	20	30
Q , МЛ	2,8	3,8	4,4	5	6,8	7,8	9

Доказать правильность линеаризации № 16, приложение 4.

Вариант 68

t , МИН	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , МЛ	2,6	3,7	4,2	4,7	5,7	6,7	7,7	8,2	8,7

Доказать правильность линеаризации № 3, приложение 4.

Вариант 69

t , МИН	1	3	7,5	10	15	20	25	30
Q , МЛ	2,6	3,7	4,7	5,7	6,7	7,7	8,2	8,7

Доказать правильность линеаризации № 4, приложение 4.

Вариант 70

t , мин	1	3	7,5	10	15	20	25
Q , мл	2,6	3,7	4,7	5,7	6,7	7,7	8,2

Доказать правильность линеаризации № 5, приложение 4.

Вариант 71

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	2,7	3,8	4,3	4,9	5,8	6,8	7,8	8,3	8,9

Доказать правильность линеаризации № 6, приложение 4.

Вариант 72

t , мин	1	3	5	7,5	15	20	25	30
Q , мл.	2,7	3,8	4,3	4,9	6,8	7,8	8,3	8,9

Доказать правильность линеаризации № 7, приложение 4.

Вариант 73

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	30
Q , мл	2,7	3,8	4,3	4,9	5,8	6,8	8,9

Доказать правильность линеаризации № 8, приложение 4.

Вариант 74

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	2,7	3,7	4,3	4,8	5,7	6,7	7,7	8,3	8,8

Доказать правильность линеаризации № 9, приложение 4.

Вариант 75

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	25	30
Q , мл	2,7	3,7	4,3	4,8	5,7	6,7	8,3	8,8

Доказать правильность линеаризации № 10, приложение 4.

Вариант 76

t , мин	1	3	5	7,5	10	20	30
Q , мл	2,7	3,7	4,3	4,8	5,7	7,7	8,8

Доказать правильность линеаризации № 11, приложение 4.

Вариант 77

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	3	5	6,8	8,2	9,5	11,4	13,2	14,7	16

Доказать правильность линеаризации № 12, приложение 4.

Вариант 78

t , МИН	1	3	5	7,5	10	15	20
Q , МЛ	3	5	6,8	8,2	9,5	11,4	13,2

Доказать правильность линеаризации № 13, приложение 4.

Вариант 79

t , МИН	1	3	5	7,5	10	20	25	30
Q , МЛ	3	5	6,8	8,2	9,5	13,2	14,7	16

Доказать правильность линеаризации № 14, приложение 4.

Вариант 80

t , МИН	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , МЛ	3,1	5,2	7	8,5	10	11,7	13,5	25	16,4

Доказать правильность линеаризации № 15, приложение 4.

Вариант 81

t , МИН	1	3	5	10	15	20	30
Q , МЛ	3,1	5,2	7	10	11,7	13,5	16,4

Доказать правильность линеаризации № 16, приложение 4.

Вариант 82

t , МИН	1	3	5	7,5	10	20	25	30
Q , МЛ	3,1	5,2	7	8,5	10	13,5	25	16,4

Доказать правильность линеаризации № 3, приложение 4.

Вариант 83

t , МИН	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , МЛ	3,1	5,1	6,9	8,4	9,8	11,6	13,4	14,9	16,2

Доказать правильность линеаризации № 4, приложение 4.

Вариант 84

t , МИН	1	3	7,5	10	15	20	25	30
Q , МЛ	3,1	5,1	8,4	9,8	11,6	13,4	14,9	16,2

Доказать правильность линеаризации № 5, приложение 4.

Вариант 85

t , МИН	1	3	5	7,5	10	20	30
Q , МЛ	3,1	5,1	6,9	8,4	9,8	13,4	16,2

Доказать правильность линеаризации № 6, приложение 4.

Вариант 86

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	3,1	5,2	7	8,4	9,9	11,6	13,4	14,9	16,3

Доказать правильность линеаризации № 7, приложение 4.

Вариант 87

t , мин	1	3	5	7,5	10	20	25	30
Q , мл	3,1	5,2	7	8,4	9,9	13,4	14,9	16,3

Доказать правильность линеаризации № 8, приложение 4.

Вариант 88

t , мин	1	3	5	7,5	10	30
Q , мл	3,1	5,2	7	8,4	9,9	16,3

Доказать правильность линеаризации № 9, приложение 4.

Вариант 89

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	3	5,1	6,9	8,3	9,7	11,5	13,3	14,8	16,2

Доказать правильность линеаризации № 10, приложение 4.

Вариант 90

t , мин	1	3	5	10	15	20	25	30
Q , мл	3	5,1	6,9	9,7	11,5	13,3	14,8	16,2

Доказать правильность линеаризации № 10, приложение 4.

Вариант 91

t , мин	1	3	10	15	20	25	30
Q , мл	3	5,1	9,7	11,5	13,3	14,8	16,2

Доказать правильность линеаризации № 11, приложение 4.

Вариант 92

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	2	2,6	3	3,5	4	5	5,6	6,2	6,8

Доказать правильность линеаризации № 12, приложение 4.

Вариант 93

t , мин	1	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	2	3,5	4	5	5,6	6,2	6,8

Доказать правильность линеаризации № 13, приложение 4.

Вариант 94

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25
Q , мл	2	2,6	3	3,5	4	5	5,6	6,2

Доказать правильность линеаризации № 14, приложение 4.

Вариант 95

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	30
Q , мл	2	2,6	3	3,5	4	5	5,6	6,8

Доказать правильность линеаризации № 15, приложение 4.

Вариант 96

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	1,6	2,4	3	3,6	4,2	5,2	5,9	6,4	7

Доказать правильность линеаризации № 16, приложение 4.

Вариант 97

t , мин	1	3	5	7,5	15	20	25	30
Q , мл	1,6	2,4	3	3,6	5,2	5,9	6,4	7

Доказать правильность линеаризации № 3, приложение 4.

Вариант 98

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	1	2	2,4	3	3,6	4,6	5,4	6	6,5

Доказать правильность линеаризации № 4, приложение 4.

Вариант 99

t , мин	1	3	5	7,5	10	15	20	25	30
Q , мл	1,2	2,2	2,7	3,3	3,7	5	5,6	6,4	6,8

Доказать правильность линеаризации № 5, приложение 4.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 6

Представлены таблицы зависимости механической скорости бурения от параметров процесса бурения. Необходимо составить линейную многофакторную модель.

Вариант 00		
Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4000	4200
3,1	5000	3600
2,4	8000	2400
2,46	6000	3000
1,65	7000	3600
1,35	6000	3600
Вариант 01		
Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
1,35	6000	3600
0,78	8000	2400
0,84	8000	3600
3,3	6000	5400
3,1	6000	3600
Вариант 03		
Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4000	4200
3,1	5000	3600
2,46	8000	4200
1,65	9000	4500
1,35	8000	4500

Вариант 04

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4000	4200
2,46	8000	4200
3,1	5000	3600
1,65	9000	4500
1,35	8000	4500

Вариант 05

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4,1	4200
3,1	3,8	3600
2,4	3,1	2400
2,46	3,2	3000
1,65	2,5	3600
1,35	2,2	3600

Вариант 06

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
1,35	2,2	3600
0,78	1	2400
0,84	0,3	3600
3,3	4,1	5400
3,1	3,8	3600

Вариант 07

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,1	3,8	4500
2,4	3,4	3600
2,46	3,2	4200
1,65	2,5	4500
1,35	2,2	4500

Вариант 08

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,1	3,8	4500
2,4	3,4	3600
2,46	3,2	4200
1,65	2,5	4500
1,35	2,2	4500
0,78	1	3600
0,84	0,3	4500

Вариант 09

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
3,3	4000	8,8
3,1	5000	7,1
2,4	8000	3,4
2,46	6000	3,2
1,65	7000	2,5
1,35	6000	2,2

Вариант 10

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
1,35	6000	2,2
0,78	8000	0,8
0,84	8000	0,3
3,3	6000	8,8
3,1	6000	7,1

Вариант 11		
Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
3,1	6000	7,1
2,4	9000	3,4
2,46	8000	3,2
1,65	9000	2,5
1,35	8000	2,2
Вариант 12		
Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Проходка за коронку, м
2,46	3,2	3,2
1,65	2,5	2,5
1,35	2,2	2,2
0,78	1	0,8
0,84	0,3	0,3
Вариант 13		
Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
3,1	3600	5000
2,4	2400	8000
2,46	3000	6000
1,65	3600	7000
1,35	3600	6000
Вариант 14		
Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
1,35	3600	6000
0,78	2400	8000
0,84	3600	8000
3,3	5400	6000
3,1	3600	6000

Вариант 15

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,1	4500	6000
2,4	3600	9000
2,46	4200	8000
1,65	4500	9000
1,35	4500	8000

Вариант 16

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
3,1	3600	5000
2,46	4200	8000
1,65	4500	9000
1,35	4500	8000

Вариант 17

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
2,46	4200	8000
3,1	3600	5000
1,65	4500	9000
1,35	4500	8000

Вариант 18

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
3,3	4200	4,1
3,1	3600	3,8
2,4	2400	3,1
2,46	3000	3,2
1,65	3600	2,5
1,35	3600	2,2

Вариант 19

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
1,35	3600	2,2
0,78	2400	1
0,84	3600	0,3
3,3	5400	4,1
3,1	3600	3,8

Вариант 20

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
3,1	4500	3,8
2,4	3600	3,4
2,46	4200	3,2
1,65	4500	2,5
1,35	4500	2,2

Вариант 21

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
3,1	4500	3,8
2,4	3600	3,4
2,46	4200	3,2
1,65	4500	2,5
1,35	4500	2,2
0,78	3600	1
0,84	4500	0,3

Вариант 22

Механическая скорость, м/ч	Проходка за коронку, м	Осевая нагрузка, Н
3,3	8,8	4000
3,1	7,1	5000
2,4	3,4	8000
2,46	3,2	6000
1,65	2,5	7000
1,35	2,2	6000

Вариант 23

Механическая скорость, м/ч	Проходка за коронку, м	Осевая нагрузка, Н
1,35	2,2	6000
0,78	0,8	8000
0,84	0,3	8000
3,3	8,8	6000
3,1	7,1	6000

Вариант 24

Механическая скорость, м/ч	Проходка за коронку, м	Осевая нагрузка, Н
3,1	7,1	6000
2,4	3,4	9000
2,46	3,2	8000
1,65	2,5	9000
1,35	2,2	8000

Вариант 25

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Проходка за коронку, м
2,46	3,2	3,2
1,65	2,5	2,5
1,35	2,2	2,2
0,78	1	0,8
0,84	0,3	0,3

Вариант 26

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,6	4050	4200
3,8	5100	3600
3	8300	2400
3,07	6100	3000
2,06	7400	3600
1,68	6200	3600

Вариант 27

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
1,35	6000	3600
0,78	8000	2400
0,84	8000	3600
3,3	6000	5400
3,1	6000	3600

Вариант 28

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,1	6000	4500
2,4	9000	3600
2,46	8000	4200
1,65	9000	4500
1,35	8000	4500

Вариант 29

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4000	4200
3,1	5000	3600
2,46	8000	4200
1,65	9000	4500
1,35	8000	4500

Вариант 30

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4000	4200
2,46	8000	4200
3,1	5000	3600
1,65	9000	4500
1,35	8000	4500

Вариант 31

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4,1	4200
3,1	3,8	3600
2,4	3,1	2400
2,46	3,2	3000
1,65	2,5	3600
1,35	2,2	3600

Вариант 32

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
0,78	1	2400
0,84	0,3	3600
3,3	4,1	5400
3,1	3,8	3600
1,35	2,2	3600

Вариант 33

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
2,46	3,2	4200
3,1	3,8	4500
2,4	3,4	3600
1,65	2,5	4500
1,35	2,2	4500

Вариант 34

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,1	3,8	4500
2,46	3,2	4200
1,65	2,5	4500
1,35	2,2	4500
0,84	0,3	4500

Вариант 35

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
3,1	5000	7,1
2,4	8000	3,4
3,3	4000	8,8
2,46	6000	3,2
1,65	7000	2,5
1,35	6000	2,2

Вариант 36

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
1,35	6000	2,2
0,78	8000	0,8
0,84	8000	0,3
3,3	6000	8,8
3,1	6000	7,1

Вариант 37

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
3,1	6000	7,1
2,4	9000	3,4
1,65	9000	2,5
1,35	8000	2,2

Вариант 38

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Проходка за коронку, м
2,46	3,2	3,2
1,65	2,5	2,5
1,35	2,2	2,2
0,78	1	0,8
0,84	0,3	0,3

Вариант 39

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
3,1	3600	5000
2,4	2400	8000
2,46	3000	6000
1,65	3600	7000
1,35	3600	6000

Вариант 40

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
1,35	3600	6000
0,78	2400	8000
0,84	3600	8000
3,3	5400	6000
3,1	3600	6000

Вариант 41

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
2,46	4200	8000
1,65	4500	9000
3,1	4500	6000
2,4	3600	9000
1,35	4500	8000

Вариант 42

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
3,1	3600	5000
2,46	4200	8000
1,65	4500	9000
1,35	4500	8000

Вариант 43

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
2,46	4200	8000
3,1	3600	5000
1,65	4500	9000
1,35	4500	8000

Вариант 44

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
3,3	4200	4,1
3,1	3600	3,8
2,4	2400	3,1
2,46	3000	3,2
1,65	3600	2,5
1,35	3600	2,2

Вариант 45

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
1,35	3600	2,2
3,3	5400	4,1
3,1	3600	3,8
0,78	2400	1
0,84	3600	0,3

Вариант 46

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
2,46	4200	3,2
1,65	4500	2,5
1,35	4500	2,2
3,1	4500	3,8
2,4	3600	3,4

Вариант 47

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
1,65	4500	2,5
1,35	4500	2,2
0,78	3600	1
0,84	4500	0,3
3,1	4500	3,8
2,4	3600	3,4
2,46	4200	3,2

Вариант 48

Механическая скорость, м/ч	Проходка за коронку, м	Осевая нагрузка, Н
3,3	8,8	4000
2,4	3,4	8000
2,46	3,2	6000
1,65	2,5	7000
3,1	7,1	5000
1,35	2,2	6000

Вариант 49

Механическая скорость, м/ч	Проходка за коронку, м	Осевая нагрузка, Н
1,35	2,2	6000
3,3	8,8	6000
3,1	7,1	6000
0,78	0,8	8000
0,84	0,3	8000

Вариант 50

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
3,1	3600	5000
1,65	3600	7000
1,35	3600	6000
2,4	2400	8000
2,46	3000	6000

Вариант 51

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
0,84	3600	8000
1,35	3600	6000
0,78	2400	8000
3,3	5400	6000
3,1	3600	6000

Вариант 52

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,1	4500	6000
2,4	3600	9000
2,46	4200	8000
1,65	4500	9000
1,35	4500	8000

Вариант 53

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4000	4200
3,1	5000	3600
2,46	8000	4200
1,65	9000	4500
1,35	8000	4500

Вариант 54

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4000	4200
2,46	8000	4200
3,1	5000	3600
1,65	9000	4500
1,35	8000	4500

Вариант 55

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4,1	4200
3,1	3,8	3600
2,4	3,1	2400
2,46	3,2	3000
1,65	2,5	3600
1,35	2,2	3600

Вариант 56

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
1,35	2,2	3600
0,78	1	2400
0,84	0,3	3600
3,3	4,1	5400
3,1	3,8	3600

Вариант 57

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,1	3,8	4500
2,4	3,4	3600
2,46	3,2	4200
1,65	2,5	4500
1,35	2,2	4500

Вариант 58

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,1	3,8	4500
2,4	3,4	3600
2,46	3,2	4200
1,65	2,5	4500
1,35	2,2	4500
0,78	1	3600
0,84	0,3	4500

Вариант 59

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
3,3	4000	8,8
3,1	5000	7,1
2,4	8000	3,4
2,46	6000	3,2
1,65	7000	2,5
1,35	6000	2,2

Вариант 60

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
1,35	6000	2,2
0,78	8000	0,8
0,84	8000	0,3
3,3	6000	8,8
3,1	6000	7,1

Вариант 61

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
3,1	6000	7,1
2,4	9000	3,4
2,46	8000	3,2
1,65	9000	2,5
1,35	8000	2,2

Вариант 62

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Проходка за коронку, м
2,46	3,2	3,2
1,65	2,5	2,5
1,35	2,2	2,2
0,78	1	0,8
0,84	0,3	0,3

Вариант 63

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4000	4200
3,1	5000	3600
2,4	8000	2400
2,46	6000	3000
1,65	7000	3600
1,35	6000	3600

Вариант 64

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
1,35	3600	6000
0,78	2400	8000
0,84	3600	8000
3,3	5400	6000
3,1	3600	6000

Вариант 65

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,1	4500	6000
2,4	3600	9000
2,46	4200	8000
1,65	4500	9000
1,35	4500	8000

Вариант 66

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
3,1	3600	5000
2,46	4200	8000
1,65	4500	9000
1,35	4500	8000

Вариант 67

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
2,46	4200	8000
3,1	3600	5000
1,65	4500	9000
1,35	4500	8000

Вариант 68

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
3,3	4200	4,1
3,1	3600	3,8
2,4	2400	3,1
2,46	3000	3,2
1,65	3600	2,5
1,35	3600	2,2

Вариант 69

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
1,35	3600	2,2
0,78	2400	1
0,84	3600	0,3
3,3	5400	4,1
3,1	3600	3,8

Вариант 70

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
3,1	4500	3,8
2,4	3600	3,4
2,46	4200	3,2
1,65	4500	2,5
1,35	4500	2,2

Вариант 71

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
3,1	4500	3,8
2,4	3600	3,4
2,46	4200	3,2
1,65	4500	2,5
1,35	4500	2,2
0,78	3600	1
0,84	4500	0,3

Вариант 72

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
3,3	4000	8,8
3,1	5000	7,1
2,4	8000	3,4
2,46	6000	3,2
1,65	7000	2,5
1,35	6000	2,2

Вариант 73

Механическая скорость, м/ч	Проходка за коронку, м	Осевая нагрузка, Н
1,35	2,2	6000
0,78	0,8	8000
0,84	0,3	8000
3,3	8,8	6000
3,1	7,1	6000

Вариант 74

Механическая скорость, м/ч	Проходка за коронку, м	Осевая нагрузка, Н
3,1	7,1	6000
2,4	3,4	9000
2,46	3,2	8000
1,65	2,5	9000
1,35	2,2	8000

Вариант 75

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Проходка за коронку, м
2,46	3,2	3,2
1,65	2,5	2,5
1,35	2,2	2,2
0,78	1	0,8
0,84	0,3	0,3

Вариант 76

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,6	4050	4200
3,8	5100	3600
3	8300	2400
3,07	6100	3000
2,06	7400	3600
1,68	6200	3600

Вариант 77

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
1,35	6000	3600
0,78	8000	2400
0,84	8000	3600
3,3	6000	5400
3,1	6000	3600

Вариант 78

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,1	6000	4500
2,4	9000	3600
2,46	8000	4200
1,65	9000	4500
1,35	8000	4500

Вариант 79

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4000	4200
3,1	5000	3600
2,46	8000	4200
1,65	9000	4500
1,35	8000	4500

Вариант 80

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4000	4200
2,46	8000	4200
3,1	5000	3600
1,65	9000	4500
1,35	8000	4500

Вариант 81

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,3	4,1	4200
3,1	3,8	3600
2,4	3,1	2400
2,46	3,2	3000
1,65	2,5	3600
1,35	2,2	3600

Вариант 82

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
0,78	1	2400
0,84	0,3	3600
3,3	4,1	5400
3,1	3,8	3600
1,35	2,2	3600

Вариант 83

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
2,46	3,2	4200
3,1	3,8	4500
2,4	3,4	3600
1,65	2,5	4500
1,35	2,2	4500

Вариант 84

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Расход промывочной жидкости, л/ч
3,1	3,8	4500
2,46	3,2	4200
1,65	2,5	4500
1,35	2,2	4500
0,84	0,3	4500

Вариант 85

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
3,1	5000	7,1
2,4	8000	3,4
3,3	4000	8,8
2,46	6000	3,2
1,65	7000	2,5
1,35	6000	2,2

Вариант 86

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
1,35	6000	2,2
0,78	8000	0,8
0,84	8000	0,3
3,3	6000	8,8
3,1	6000	7,1

Вариант 87

Механическая скорость, м/ч	Осевая нагрузка, Н	Проходка за коронку, м
3,1	6000	7,1
2,4	9000	3,4
1,65	9000	2,5
1,35	8000	2,2

Вариант 88

Механическая скорость, м/ч	Проходка за рейс, м	Проходка за коронку, м
2,46	3,2	3,2
1,65	2,5	2,5
1,35	2,2	2,2
0,78	1	0,8
0,84	0,3	0,3

Вариант 89

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
3,1	3600	5000
2,4	2400	8000
2,46	3000	6000
1,65	3600	7000
1,35	3600	6000

Вариант 90

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
1,35	3600	6000
0,78	2400	8000
0,84	3600	8000
3,3	5400	6000
3,1	3600	6000

Вариант 91

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
2,46	4200	8000
1,65	4500	9000
3,1	4500	6000
2,4	3600	9000
1,35	4500	8000

Вариант 92

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
3,1	3600	5000
2,46	4200	8000
1,65	4500	9000
1,35	4500	8000

Вариант 93

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Осевая нагрузка, Н
3,3	4200	4000
2,46	4200	8000
3,1	3600	5000
1,65	4500	9000
1,35	4500	8000

Вариант 94

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
3,3	4200	4,1
3,1	3600	3,8
2,4	2400	3,1
2,46	3000	3,2
1,65	3600	2,5
1,35	3600	2,2

Вариант 95

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
1,35	3600	2,2
3,3	5400	4,1
3,1	3600	3,8
0,78	2400	1
0,84	3600	0,3

Вариант 96

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
2,46	4200	3,2
1,65	4500	2,5
1,35	4500	2,2
3,1	4500	3,8
2,4	3600	3,4

Вариант 97

Механическая скорость, м/ч	Расход промывочной жидкости, л/ч	Проходка за рейс, м
1,65	4500	2,5
1,35	4500	2,2
0,78	3600	1
0,84	4500	0,3
3,1	4500	3,8
2,4	3600	3,4
2,46	4200	3,2

Вариант 98

Механическая скорость, м/ч	Проходка за коронку, м	Осевая нагрузка, Н
3,3	8,8	4000
2,4	3,4	8000
2,46	3,2	6000
1,65	2,5	7000
3,1	7,1	5000
1,35	2,2	6000

Вариант 99

Механическая скорость, м/ч	Проходка за коронку, м	Осевая нагрузка, Н
1,35	2,2	6000
3,3	8,8	6000
3,1	7,1	6000
0,78	0,8	8000
0,84	0,3	8000

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	4
МЕТОДЫ ТОЧНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ.....	6
Лабораторная работа № 1. Кусочно-линейная интерполяция.....	7
Лабораторная работа № 2. Канонический полином.....	13
РЕГРЕССИОННЫЙ И КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ.....	19
Лабораторная работа № 3. Линейная однопараметрическая регрессия.....	21
Лабораторная работа № 4. Линейная двухпараметрическая регрессия.....	30
Лабораторная работа № 5. Нелинейная двухпараметрическая регрессия. Линеаризация	35
Лабораторная работа № 6. Линейная многофакторная регрессия	38
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	43
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	44
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	45
<i>Приложение 1.</i> Таблица для определения тесноты линейной связи по коэффициенту корреляции	45
<i>Приложение 2.</i> Критерий Стьюдента	46
<i>Приложение 3.</i> Критерий Фишера для уровня значимости $\alpha = 0,05$	48
<i>Приложение 4.</i> Формы уравнений парной регрессии.....	49
<i>Приложение 5.</i> Варианты заданий к лабораторным работам № 1 и 2	50
<i>Приложение 6.</i> Варианты заданий к лабораторной работе № 3.....	67
<i>Приложение 7.</i> Варианты заданий к лабораторной работе № 4.....	77
<i>Приложение 8.</i> Варианты заданий к лабораторной работе № 5.....	90
<i>Приложение 9.</i> Варианты заданий к лабораторной работе № 6.....	104

Учебное издание

НИКИТИН Василий Игоревич

**Моделирование физических процессов
на основании экспериментальных данных**

Редактор *В.В. Проконова*

Компьютерная верстка *И.О. Миняева*

Выпускающий редактор *Н.В. Беганова*

Подписано в печать 31.07.17.

Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная

Усл. п. л. 7,67. Уч.-изд. л. 7,64.

Тираж 75 экз. Рег. № 118/17

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Главный корпус

Отпечатано в типографии
Самарского государственного технического университета
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Корпус № 8